

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	نمره
------	------

۱	<p>درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد آنگاه $4k + 1$ مربع کامل است.</p> <p>ب) هر دو عدد صحیح و متوالی نسبت به هم اول اند.</p> <p>ج) گراف حاصل از مدل سازی پل کونیگسبرگ یک گراف ساده است.</p> <p>د) گراف 3-منتظم از مرتبه 5 قابل رسم نیست.</p>	۱
۲	<p>اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha + 2\beta$ گنگ است.</p>	۱/۲۵
۳	<p>گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید:</p> <p>(برای هر دو عدد حقیقی x و y داریم: $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$)</p>	۱
۴	<p>اگر $a > 1$ و $a 9k + 4$ و $a 5k + 3$ ثابت کنید a عددی اول است.</p>	۱
۵	<p>پاسخ هر یک از سوالات زیر را به دست آورده و دلیل پاسخ خود را به طور کامل بنویسید.</p> <p>الف) اگر a عددی صحیح و فرد باشد و $b a + 2$ در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $a^2 + b^2 + 3$ رابر 8 بیابید.</p> <p>ب) مطلوبست باقی مانده تقسیم عدد $10 + 12 \times (1000)^3$ بر عدد 7.</p>	۲/۲۵
۶	<p>معادله همنهشتی $13 \equiv 3x$ را حل و جواب عمومی آن را بدست آورید.</p>	۱
۷	<p>با توجه به گراف G (شکل مقابل) به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) یک $a - c$ مسیر به طول 3 بنویسید.</p> <p>ب) یک دور به طول 4 مشخص کنید.</p> <p>ج) درجه رأس a در گراف G را تعیین کنید.</p> <p>د) آیا گراف G همبند است؟ چرا؟</p> <p>ه) یک زیرگراف تهی 5 رأسی، از گراف G رسم کنید.</p>	۱/۵
۸	<p>ثابت کنید تعداد رأس های فرد هر گراف، عددی زوج است.</p>	۱
۹	<p>گراف G با مجموعه رأسهای $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ و مجموعه یال های $E(G) = \{ae, bc, bd, be, ec, ed\}$ مفروض است. بدون کشیدن نمودار آن به قسمت های الف) تا ج) پاسخ دهید.</p> <p>الف) مجموعه همسایگی باز رأس d را بنویسید.</p> <p>ب) اندازه گراف را مشخص کنید.</p> <p>ج) مجموع درجات رئوس این گراف برابر چند است؟</p>	۱

ادامه سوالات در صفحه دوم

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	نمره	سؤال
۱۰	۱	گراف کامل K_p دارای ۳۶ یال است در این گراف، مرتبه گراف و $\Delta(G)$ را مشخص کنید.
۱۱	۱	گراف (P_{12}) در شکل مقابل رسم شده است. الف) یک γ - مجموعه از آن را مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینمال ۶ عضوی از آن را مشخص نمایید.
۱۲	۱	اگر داشته باشیم $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ ، در این صورت چند کد یا رمز ۵ رقمی می توان نوشت که هر یک شامل دو رقم (متمايز) از A و سه رقم (متمايز) از B باشد؟
۱۳	۱	به چند طریق می توان ۸ توپ یکسان را بین ۴ نفر توزیع کرد هرگاه بخواهیم هر نفر حداقل یک توپ داشته باشد؟
۱۴	۱/۵	دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ بنویسید و متعامد بودن آنها را نشان دهید.
۱۵	۲	به چند طریق می توان ۴ خودکار متفاوت را بین سه نفر توزیع کرد به شرط آنکه به هر نفر حداقل ۱ خودکار داده باشیم؟ (راه حل نوشته شود)
۱۶	۱/۵	حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آنها روز تولدشان یکسان است؟ (سال را غیر کبیسه در نظر بگیرید)
۲۰		جمع نمره " موفق باشید "

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۷	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) ج) نادرست (۰/۲۵) د) درست (۰/۲۵) (صفحات: ۳ و ۱۶ و ۳۶ و ۴۲)	۱
۲	اگر $\alpha + 2\beta$ گنگ نباشد (فرض خلف) پس عددی گویا است. (۰/۲۵) از طرفی طبق فرض $\alpha + \beta$ نیز عددی گویا است. (۰/۲۵) می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا، عددی گویاست در نتیجه: $(\alpha + 2\beta) - (\alpha + \beta) = \beta \in Q$ (۰/۲۵) اما با توجه به فرض مسئله: β گنگ است (۰/۲۵) با توجه به تناقض ایجاد شده، فرض خلف باطل و حکم ثابت می‌شود. (۰/۲۵) (صفحه: ۸)	۱/۲۵
۳	$\underbrace{2x^2 + 2y^2 + 2 \geq 2xy + 2x + 2y}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) + (x^2 - 2xy + y^2)}_{(۰/۲۵)} \geq 0$ ۱ $\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + (x-y)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0, (y-1)^2 \geq 0, (x-y)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) (صفحه: ۸)	۱
۴	$\begin{aligned} a \mid 9k+4 &\Rightarrow a \mid 45k+20 \quad (۰/۲۵) \\ a \mid 5k+2 &\Rightarrow a \mid 45k+27 \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \Rightarrow a \mid 7 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a=7 \quad (۰/۲۵)$ (صفحه: ۱۶)	۱
۵	الف) a عددی فرد است بنابراین $a+2$ عددی فرد است و $b \mid a+2$ ، بنابراین b نیز عددی فرد خواهد بود. (۰/۲۵) می‌دانیم مربع هر عدد فرد، مضربی از ۸ به علاوه یک است. (۰/۲۵) $a^2 + b^2 + 2 = (\lambda m + 1) + (\lambda n + 1) + 2 = \lambda(m+n) + 5 \Rightarrow r=5 \quad (۰/۲۵)$ ۱ $1000 \equiv 6 \pmod{7} \Rightarrow (1000)^{13} \times 12 + 10 \equiv -12 + 10 \pmod{7}$ (۰/۲۵) پ) $\Rightarrow (1000)^{13} \times 12 + 10 \equiv -2 \pmod{7} \Rightarrow r=5$ (۰/۲۵) (صفحات: ۱۶ و ۲۱)	۱/۲۵
۶	$2x \equiv 13 \pmod{7} \Rightarrow 2x \equiv 6 \pmod{7} \xrightarrow{(2,7)=1} x \equiv 3 \pmod{7} \Rightarrow x = 7k + 3$ (صفحه: ۲۵)	۱

کود آورنده: فرزانه بابایی و محمدرضا عادل جانی

مذات امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۷	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	الف) $abgc$ (۰/۲۵) ب) $bcgdb$ (۰/۲۵) ج) $\deg_G(a) = 5$ (۰/۲۵) د) خیر - چون مثلاً از f به a مسیری وجود ندارد. (۰/۵) هـ) $a \cdot b \cdot c$ $f \cdot e$ (۰/۲۵) (صفحات: ۲۶ و ۲۸ و ۲۹)	۱/۵
۸	فرض کنیم G یک گراف و A مجموعه همه رئوس فرد گراف G و B مجموعه همه رئوس زوج گراف G باشد. در این صورت داریم: $\sum_{v \in V(G)} \deg(v) = \sum_{v \in A} \deg(v) + \sum_{v \in B} \deg(v)$ (۰/۲۵) از طرفی می دانیم که مجموع درجات رئوس یک گراف G عددی زوج است یعنی $\sum_{v \in V(G)} \deg(v)$ زوج (۰/۲۵) و $\sum_{v \in B} \deg(v)$ زوج است بنابراین تفاضل آنها نیز زوج خواهد شد. (۰/۲۵) بنابراین $\sum_{v \in A} \deg(v)$ زوج و نتیجه می شود که $n(A)$ عددی زوج است. (۰/۲۵) (صفحه: ۳۰)	۱
۹	الف) $N_G(d) = \{b, e\}$ (۰/۵) ب) $q = 6$ (۰/۲۵) ج) مجموع درجات رئوس $= 12$ (۰/۲۵) (صفحه: ۴۱)	۱
۱۰	$q(K_p) = \frac{p(p-1)}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{p(p-1)}{2} = ۳۶$ (۰/۲۵) (صفحه: ۴۲) $\Rightarrow p = 9$ (۰/۲۵) , $\Delta(G) = p - 1 = 8$ (۰/۲۵)	۱
۱۱	الف) $\{b, e, h, k\}$ (۰/۵) ب) $\{a, c, e, g, i, k\}$ (۰/۵) (صفحه: ۵۴)	۱
۱۲	$\binom{۴}{۲} \times \binom{۵}{۳} \times \frac{۵!}{(۰/۲۵)} = ۷۲۰۰$ (۰/۲۵) (صفحه: ۷۲)	۱
۱۳	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$ (۰/۲۵) $x_i \geq 1, i = 1, 2, 3, 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \binom{8-1}{4-1} = \binom{7}{3} = ۳۵$ (۰/۵) (صفحه: ۷۳)	۱

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۷	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴		۱/۵
۱۵	<p>تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این عمل معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی مانند A به یک مجموعه ۳ عضوی مانند B.</p> $A_i = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j, i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, 3\} \quad (0/25)$ $ S = B ^{ A } = 3^4 = 81 \quad (0/25), \quad A_1 = A_2 = A_3 = 2^4 = 16 \quad (0/25)$ $ A_1 \cap A_2 = A_1 \cap A_3 = A_2 \cap A_3 = 1 \quad (0/25), \quad A_1 \cap A_2 \cap A_3 = 0 \quad (0/25),$ $ \bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3 = \overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3} = S - A_1 \cup A_2 \cup A_3 = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36 \quad (0/25)$ <p>(صفحات: ۷۸ و ۷۹)</p>	۲
۱۶	$k + 1 = 20 \Rightarrow k = 19 \quad (0/5)$ <p>طبق تعمیم اصل لانه کبوتری، تعداد لانه‌ها همان روزهای سال می باشد.</p> $n = 365 \quad (0/5)$ <p>بنابراین تعداد کبوترها برابر است با</p> $kn + 1 = 365 \times 19 + 1 = 6936 \quad (0/5)$ <p>(صفحه: ۸۴)</p>	۱/۵

«مصححین گرامی لطفا برای راه حل های دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید.»

تعداد صفحات: ۲	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵	رشته: ریاضی فیزیک	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

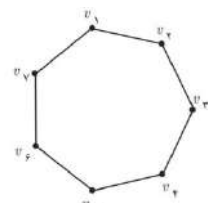
۱	ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.	۱
۲	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) یک گراف کامل ۸ رأسی، یال دارد. ب) در یک گراف از مرتبه ۱۰ با $\Delta = 3$ حداقل راس برای احاطه همه رئوس لازم است. ج) اگر در گراف G از مرتبه p داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر است. د) مجموع درایه های سطر اول یک مربع لاتین ۵ در ۵ برابر با است.	۲
۳	اگر باقی مانده تقسیم m و n بر ۱۳ به ترتیب اعداد ۲ و ۹ باشد در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $5n - 3m$ بر ۱۳ را بدست آورید.	۱/۵
۴	اگر در یک سال، شنبه روز اول مهر باشد. در این صورت با استفاده از هم نهشتی تعیین کنید ۱۲ بهمن، در همان سال چه روزی از هفته است؟	۱
۵	با تبدیل معادله سیاله خطی $5x + 2y = 18$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جوابهای عمومی این معادله را بیابید.	۱/۵
۶	شکل مقابل نمودار گراف G می باشد. الف) مرتبه و اندازه گراف G را بنویسید. ب) مجموعه $N_G(b)$ را بنویسید. ج) مجموع درجه های رأس های گراف \overline{G} را مشخص کنید.	۱/۵
۷	گراف C_V را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید. ب) عدد احاطه گری C_V را به دست آورید. ج) دو مجموعه احاطه گر مینیمم متمایز بنویسید.	۱/۵
۸	الف) ثابت کنید هر مجموعه احاطه گر دلخواه غیر مینیمال را میتوان با حذف برخی از رئوسش به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کرد؟ ب) در گراف روبرو یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی را مشخص کنید.	۱/۵
« بقیه سوالات در صفحه دوم »		

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	تعداد صفحه: ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

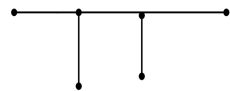
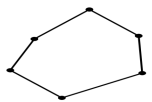
۹	الف) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. ب) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۱
۱۰	با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ چند عدد ۹ رقمی می توان نوشت.	۱
۱۱	۶ دانش آموز پایه دوازدهم و ۵ دانش آموز پایه یازدهم به چند طریق می توانند کنار هم در یک ردیف قرار گیرند، به طوری که: الف) به صورت یک در میان قرار بگیرند. ب) همواره دانش آموزان یازدهم کنار هم باشند. ج) یک دانش آموز خاص یازدهم و یک دانش آموز خاص دوازدهم در کنار هم باشند.	۱/۵
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 10$ با شرط $x_i > 0, i = 2, 3, 4, 5$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	اگر سه دوست هم سایز، سه کت و سه پیراهن داشته باشند و بخواهند در سه روز اول هفته از این لباسها به گونه ای استفاده کنند که هر فرد هر یک از کت ها و هریک از پیراهن ها را دقیقاً یک بار استفاده کرده باشد و هرکت با هر پیراهن نیز دقیقاً یکبار مورد استفاده قرار بگیرد، چگونه می توانند این کار را انجام دهند؟	۱/۵
۱۴	در بین اعداد ۱ تا ۹۰ چند عدد وجود دارد که بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشند.	۱/۲۵
۱۵	ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش آموز مشغول به تحصیل باشند لااقل ۷ نفر از آنها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۱/۲۵
	" موفق باشید "	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	

۱	<p>اگر دو عدد نامنفی باشند حکم چنین خواهد بود (۰/۵)</p> $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ <p>گزاره همیشه درست</p> $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \underbrace{a+b-2\sqrt{ab}}_{(0/25)} \geq 0 \Leftrightarrow \underbrace{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}_{(0/25)} \geq 0$ <p>(صفحه: ۷)</p>	۱														
۲	<p>الف) ۲۸ (۰/۵) ب) ۳ راس (۰/۵) ج) ۱-p (۰/۵) د) ۱۵ (۰/۵) ه) ۳۸ و ۵۳ و ۶۲ (صفحه: ۱۴)</p>	۲														
۱/۵	<p>(صفحه: ۱۴)</p> $m = 13q_1 + 2 \quad (0/5) \quad 3m = 13(3q_1) + 6 \quad (0/5) \rightarrow 5n - 3m = 13q' + 39 \quad (0/25)$ $n = 13q_2 + 9 \quad (0/5) \quad 5n = 13(5q_2) + 45 \quad (0/5)$ $\rightarrow 5n - 3m = 13q'' + 0 \quad \rightarrow r = 0 \quad (0/25)$	۳														
۱	<p>روز اول مهر، شنبه را برابر صفر در نظر میگیریم ۲۹ روز درمهر و سه ماه آبان و آذر و دی و ۱۲ روز بهمن، فاصله اول مهر تا ۱۲ بهمن است، پس داریم:</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>ش</td><td>ی</td><td>د</td><td>س</td><td>چ</td><td>پ</td><td>ج</td></tr> <tr><td>۰</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td><td>۶</td></tr> </table> <p>(۰/۲۵)</p> $29 + 30 + 30 + 30 + 12 = 131 \rightarrow 131 \equiv 5 \pmod{7} \quad (0/5)$ <p>که متناظر این عدد در جدول روز پنج شنبه را نشان می دهد. (۰/۲۵)</p> <p>(صفحه ۲۴)</p>	ش	ی	د	س	چ	پ	ج	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۴
ش	ی	د	س	چ	پ	ج										
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶										
۱/۵	<p>(صفحه: ۲۵)</p> $2y \equiv 18 \pmod{25} \xrightarrow{(2,5)=1} y \equiv 9 \pmod{25} \Rightarrow y \equiv 9 \pmod{25} \Rightarrow y \equiv 4 \pmod{25} \quad (0/25)$ <p>و $x = -2k + 2 \pmod{25}$ و $y = 5k + 4 \pmod{25}$ (۰/۲۵)</p>	۵														
۱/۵	<p>الف) $p=6$ (۰/۲۵) ، $q=7$ (۰/۲۵) ب) $N_G(b) = \{a, d, c\}$ (۰/۲۵)</p> <p>ج) $\frac{p(p-1)}{2} =$ تعداد یال های گراف G + تعداد یال های گراف \bar{G} (۰/۲۵)</p> <p>\Rightarrow مجموع درجه های رئوس گراف $\bar{G} = 16$ (۰/۲۵) \Rightarrow تعداد یال های گراف $\bar{G} = 8$ (۰/۲۵)</p> <p>(صفحه: ۴۱)</p>	۶														
۱/۵	<p>الف) $\{v_1, v_3, v_4, v_5\}$ (۰/۵) ب) $\gamma(G) = 3$ (۰/۵)</p> <p>ج) $\{v_2, v_4, v_6\}$ و $\{v_1, v_3, v_5\}$ (۰/۵)</p> <p>(صفحه: ۴۵)</p> 	۷														

گروه آواز نده: فرزانه بابائی و محمدرضا عادل خانی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	

۸	الف) اگر $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ یک مجموعه احاطه گر غیر مینمال باشد در این صورت یک یا چند عضو وجود دارند که با حذف آنها مجموعه احاطه گر مینمال باقی می ماند. (۰/۲۵) بنا بر این عضو a_1 را در نظر میگیریم اگر با حذف آن هنوز مجموعه احاطه گر باقی بماند آن را حذف می کنیم (۰/۲۵) در غیر اینصورت آن را نگه داشته و همین کار را برای سایر رئوس انجام میدهیم. (۰/۲۵) ب) $A = \{h, g, f, i, j\}$ (۰/۷۵) (صفحه: ۴۶)	۱/۵																																																
۹	الف)  (۰/۵) ب)  (۰/۵) (صفحه: ۵۳)	۱																																																
۱۰	$P = \frac{9!}{3! \times 2! \times 2!} \rightarrow P = 3 \times 7! \quad (۰/۲۵)$ (۰/۷۵) (صفحه: ۵۸)	۱																																																
۱۱	الف) $5! \times 6!$ (۰/۵) ب) $5! \times 7!$ (۰/۵) ج) $10! \times 2!$ (۰/۵) (صفحه: ۵۷)	۱/۵																																																
۱۲	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10 \rightarrow x_1 + y_1 + 1 + y_2 + 1 + y_3 + 1 + y_4 + 1 + y_5 + 1 = 10$ $x_1 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 6$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{\binom{n+k-1}{k-1}} \binom{6+5-1}{5-1}$ (۰/۵) (صفحه: ۷۲)	۱																																																
۱۳	<table border="1" data-bbox="199 1332 558 1467"> <tr><th></th><th>دوشنبه</th><th>یکشنبه</th><th>شنبه</th></tr> <tr><th>A</th><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><th>B</th><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr><th>C</th><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> </table> و <table border="1" data-bbox="614 1332 941 1467"> <tr><th></th><th>دوشنبه</th><th>یکشنبه</th><th>شنبه</th></tr> <tr><th>A</th><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><th>B</th><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><th>C</th><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> \rightarrow <table border="1" data-bbox="1069 1344 1428 1478"> <tr><th></th><th>دوشنبه</th><th>یکشنبه</th><th>شنبه</th></tr> <tr><th>A</th><td>۳۳</td><td>۲۱</td><td>۱۲</td></tr> <tr><th>B</th><td>۲۲</td><td>۱۳</td><td>۳۱</td></tr> <tr><th>C</th><td>۱۱</td><td>۳۲</td><td>۲۳</td></tr> </table> (صفحه: ۶۹) (۰/۵)		دوشنبه	یکشنبه	شنبه	A	۳	۲	۱	B	۲	۱	۳	C	۱	۳	۲		دوشنبه	یکشنبه	شنبه	A	۳	۱	۲	B	۲	۳	۱	C	۱	۲	۳		دوشنبه	یکشنبه	شنبه	A	۳۳	۲۱	۱۲	B	۲۲	۱۳	۳۱	C	۱۱	۳۲	۲۳	۱/۵
	دوشنبه	یکشنبه	شنبه																																															
A	۳	۲	۱																																															
B	۲	۱	۳																																															
C	۱	۳	۲																																															
	دوشنبه	یکشنبه	شنبه																																															
A	۳	۱	۲																																															
B	۲	۳	۱																																															
C	۱	۲	۳																																															
	دوشنبه	یکشنبه	شنبه																																															
A	۳۳	۲۱	۱۲																																															
B	۲۲	۱۳	۳۱																																															
C	۱۱	۳۲	۲۳																																															
۱۴	$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ (۰/۲۵) $n(A \cup B) = \left[\frac{90}{2} \right] + \left[\frac{90}{3} \right] - \left[\frac{90}{6} \right]$ (۰/۷۵) $n(A \cup B) = 60$ (۰/۲۵) (صفحه: ۸۴)	۱/۲۵																																																
۱۵	تعداد کبوترها: ۵۰۵ دانش آموز (۰/۲۵) $7 \times 12 = 84$ (۰/۲۵) تعداد لانه ها: ۸۴ $505 \quad \quad 84$ $-504 \quad 6$ $\hline 1$ $6+1=7$ (۰/۵)	۱/۲۵																																																

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

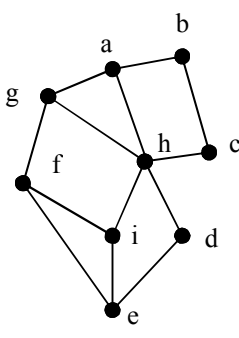
سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) مجموع هر دو عدد فرد ، عددی زوج است. ب) برای هر عدد طبیعی n بزرگتر از ۱ ، عدد $2^n - 1$ اول است.	۰.۵
۲	جاهای خالی را پر کنید. الف) $[a, b] = c$ اگر و تنها اگر دو شرط زیر برقرار باشند: ۱) $a c, b c$ ۲) $\forall m > 0, \dots\dots\dots$ ب) گراف G را می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد. ج) مقدار $\gamma(C_n)$ به ازای هر عدد طبیعی $n > 2$ برابر است با: د) هرگاه $(kn+1)$ کبوتر یا بیشتر در لانه قرار بگیرند ، در این صورت لانه ای وجود دارد که حداقل کبوتر در آن قرار گرفته است.	۱/۵
۳	برای هر سه عدد حقیقی x, y, z ثابت کنید: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$	۱/۵
۴	اگر باقی مانده تقسیم a بر دو عدد $5, 6$ به ترتیب $2, 3$ باشد؛ باقی مانده تقسیم عدد a بر 30 بیابید.	۱/۵
۵	باقی مانده تقسیم $19 + (27)^7$ را بر 13 بیابید.	۱/۵
۶	با تبدیل معادله سیاله خطی $2000x + 5000y = 29000$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جواب های عمومی این معادله را بیابید.	۱/۵
۷	گراف G با مجموعه رأس های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال های زیر در نظر بگیرید: $E = \{ab, bc, cd, ed, ae, cf, ef\}$ الف) نمودار گراف را رسم کنید. ب) $N_G[b]$ را مشخص کنید. ج) یک مسیر به طول ۵ از b به d بنویسید.	۲
۸	یک گراف 5 راسی غیر تهی k -منتظم رسم کنید به طوری که: الف) k بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. ب) k کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
	« بقیه سوالات در صفحه دوم »	

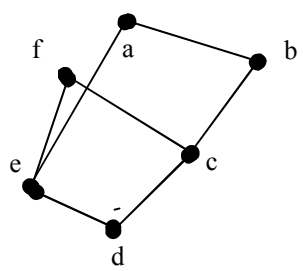
سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۹	الف) گراف p_8 را رسم کنید. ب) یک γ -مجموعه از آن را مشخص کنید. ج) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ عضوی از آن را مشخص نمایید.	۱/۵
۱۰	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال انتخاب کنید؛ سپس با حذف برخی از راس ها، آن را به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل نمایید.	۱
		
۱۱	۴ کتاب فیزیک متفاوت و ۵ کتاب ریاضی متفاوت را می توانیم به چند طریق در قفسه ای و در یک ردیف بچینیم به طوری که: الف) همواره کتاب های فیزیک کنار هم باشند. ب) هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند. ج) یک کتاب ریاضی خاص و دو کتاب فیزیک خاص همواره کنار هم باشند.	۱/۵
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 12$ با شرط $x_1 \geq 4$, $x_5 > 2$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	قرار است چهار مدرس T_1, T_2, T_3, T_4 در چهار جلسه متوالی در چهار کلاس C_1, C_2, C_3, C_4 به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند، برای این منظور برنامه ریزی نمایید.	۱
۱۴	چند عدد طبیعی مانند n به طوری که $1 \leq n \leq 350$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۴ و ۶ بخش پذیر نباشد.	۱/۵
۱۵	۱۳ نقطه درون یک مستطیل 6×8 قرار دارند؛ نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارند که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{8}$ باشد.	۱/۵
	"موفق باشید"	۲۰

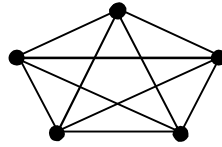
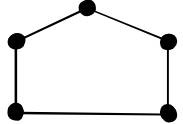
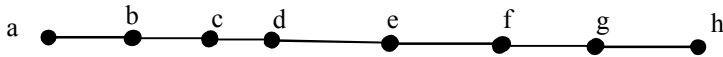
راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست ۰/۲۵ (ب) نادرست ۰/۲۵ صفحه ۳ کتاب	۰/۵
۲	الف) ۰/۵ $\forall m > 0, a m, b m \Rightarrow c \leq m$ (ب) همبند ۰/۲۵ ج) $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ ۰/۲۵ (د) به ترتیب متن سوال n و (k+1) ۰/۵ صفحات ۳ و ۳۹ و ۸۲ کتاب	۱/۵
۳	$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2yz + 2xz$ ۰/۲۵ $\Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 2xy) + (y^2 + z^2 - 2yz) + (x^2 + z^2 - 2xz) \geq 0$ ۰/۵ $\Leftrightarrow (x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-z)^2 \geq 0$ ۰/۵ چون نابرابری آخری همواره درست است پس با بازگشت روابط حکم برقرار است. ۰/۲۵ صفحه ۱۱ کتاب	۱/۵
۴	$\begin{cases} a = 5q + 2 \\ a = 6q' + 3 \end{cases} \cdot / 5 \Rightarrow \begin{cases} 6a = 30q + 12 \\ 5a = 30q' + 15 \end{cases} \Rightarrow a = 30q'' - 3 \cdot / 5$ $\Rightarrow a = 30r + 27 \cdot / 5$ صفحه ۱۶ کتاب	۱/۵
۵	$27 \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow (27)^y \equiv 1^y \pmod{5} \Rightarrow (27)^y + 19 \equiv 1^y + 19 = 20 \pmod{5} \Rightarrow (27)^y + 19 \equiv 7 \pmod{5}$ صفحه ۲۱ کتاب	۱/۵
۶	$2x + 5y = 29 \cdot / 25 \Rightarrow 2x \equiv 29 \pmod{25} \Rightarrow 2x \equiv 4 \pmod{25} \Rightarrow x = 5k + 2 \cdot / 5$ $y = -2k + 5 \cdot / 25$ صفحه ۲۷ کتاب	۱/۵
۷	الف) رسم شکل (۱ نمره) ب) $N_G[b] = \{a, b, c\}$ ۰/۵ ج) b, a, e, f, c, d ۰/۵ صفحه ۳۶ و ۳۹ کتاب	۲



کود آلوده: فرزانه بابایی و محمدرضا عادل خانی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																				
۸	<p>(الف) ۰/۵  ۰/۵ (ب) </p> <p>صفحه ۴۲ کتاب</p>	۱																				
۹	<p>(الف) ۰/۵  (ب) ۰/۵ {a, d, g} (ج) ۰/۵ {a, d, e, h}</p> <p>صفحه ۵۴ کتاب</p> <p>لطفاً به پاسخ‌های دیگر برای قسمت‌های ب و ج نمره تعلق گیرد.</p>	۱/۵																				
۱۰	<p>یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال به صورت {a, h, f, b} است. ۰/۵</p> <p>اکنون با حذف راس a از آن، یک مجموعه احاطه گر مینیمال به دست می‌آید. ۰/۵</p> <p>صفحه ۴۷ کتاب</p>	۱																				
۱۱	<p>(الف) ۰/۵ ۴! × ۶! (ب) ۰/۵ ۴! × ۵! (ج) ۰/۵ ۳! × ۷!</p> <p>صفحه ۷۲ کتاب</p>	۱/۵																				
۱۲	<p>۰/۲۵ $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12 \rightarrow y_1 + 2 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + 4 + x_6 = 12$</p> <p>۰/۲۵ $y_1 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + x_6 = 5 \xrightarrow{\binom{n+k-1}{k-1}} \binom{5+6-1}{6-1} (۰/۵)$</p> <p>صفحه ۷۲ کتاب</p>	۱																				
۱۳	<p>۱ ۲ ۳ ۴</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td>C_1</td> <td>T_1</td> <td>T_2</td> <td>T_3</td> <td>T_4</td> </tr> <tr> <td>C_2</td> <td>T_4</td> <td>T_1</td> <td>T_2</td> <td>T_3</td> </tr> <tr> <td>C_3</td> <td>T_3</td> <td>T_4</td> <td>T_1</td> <td>T_2</td> </tr> <tr> <td>C_4</td> <td>T_2</td> <td>T_3</td> <td>T_4</td> <td>T_1</td> </tr> </table> <p>صفحه ۷۳ (این جدول یکی از پاسخ‌های ممکن است، لطفاً به پاسخ‌های درست دیگر نمره تعلق گیرد)</p>	C_1	T_1	T_2	T_3	T_4	C_2	T_4	T_1	T_2	T_3	C_3	T_3	T_4	T_1	T_2	C_4	T_2	T_3	T_4	T_1	۱
C_1	T_1	T_2	T_3	T_4																		
C_2	T_4	T_1	T_2	T_3																		
C_3	T_3	T_4	T_1	T_2																		
C_4	T_2	T_3	T_4	T_1																		

کودآورنده: فرزانه باستانی و محمدرضا عادل خانی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۱۴	$ \overline{A_1} \cap \overline{A_2} = \overline{A_1 \cup A_2} = S - A_1 - A_2 + A_1 \cap A_2 = 350 - \left[\frac{350}{4}\right] - \left[\frac{350}{6}\right] + \left[\frac{350}{12}\right] = 224 \quad ۰/۷۵$ <p>صفحه ۸۴ کتاب</p>	۱/۵												
۱۵	<p>تعداد لانه ها : ۱۲ مربع به مانند شکل ۰/۲۵</p> <p>تعداد کبوترها : ۱۳ نقطه ۰/۲۵</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> </table> <p>طبق اصل لانه کبوتری دو نقطه مانند A و B در یک لانه جای می گیرند. پس:</p> $\begin{cases} AH < 2 \\ BH < 2 \end{cases} \Rightarrow AH^2 + BH^2 < 8 \quad ۰/۵ \Rightarrow AB^2 < 8 \Rightarrow AB < \sqrt{8} \quad ۰/۵$ <p>صفحه ۸۵ کتاب</p>		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۱/۵
	•	•	•											
•	•	•	•											
•	•	•	•											

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بازم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

کتاب آورنده: فرزاد باغی و محمدرضا عادل خانی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	<p>درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر $a b$ آن گاه $a, b = m$.</p> <p>ب) معادله هم‌نهشتی $ax \equiv b \pmod{m}$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, m) b$.</p> <p>پ) تعداد رأس‌های زوج هر گراف، عددی فرد است.</p> <p>ت) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۲ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی برابر ۶ است.</p>	۱
۲	<p>به روش بازگشتی ثابت کنید، اگر $a > 0$ آن گاه $a + \frac{1}{a} \geq 2$.</p>	۱
۳	<p>اگر عدد طبیعی $a > 1$، در دو شرط $a 4k + 9$ و $a 6k + 14$ صدق کند، مقدار a را بیابید.</p>	۱
۴	<p>فرض کنید a عددی طبیعی باشد، حاصل $[21a^2, 35a^3]$ را به دست آورید.</p>	۱
۵	<p>باقی مانده تقسیم 13^{22} را بر ۱۷ به دست آورید.</p>	۱
۶	<p>ثابت کنید می‌توان دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را در عددی صحیح ضرب کرد، به عبارتی دیگر، برای اعداد صحیح a, b, c و عدد طبیعی m، اگر $a \equiv b \pmod{m}$ آن گاه $ac \equiv bc \pmod{m}$.</p>	۱
۷	<p>جواب‌های عمومی معادله سیاله خطی $9x + 13y = 7$ را به دست آورید.</p>	۱/۵
۸	<p>گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.</p>  <p>الف) $\delta(G)$ را مشخص کنید.</p> <p>ب) اندازه گراف را تعیین کنید.</p> <p>پ) مجموعه همسایگی بسته رأس b را بنویسید.</p> <p>ت) اگر $N_G(d) = \{e, x, b\}$ باشد، کدام رأس است x؟</p>	۱/۲۵
۹	<p>الف) گراف k - منتظم از مرتبه n را تعریف کنید.</p> <p>ب) آیا گراف ۳ - منتظم از مرتبه ۵ وجود دارد؟ دلیل بیاورید.</p>	۱
۱۰	<p>گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.</p>  <p>الف) دوری به طول ۵ مشخص کنید.</p> <p>ب) مکمل گراف G را رسم کنید.</p>	۱

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوال	نمره
------	------	------

۱۱	برای گراف روبه‌رو: الف) یک مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مشخص کنید. ب) مجموعه‌ای از رئوس را مشخص کنید که احاطه‌گر مینیمال باشد.	۱/۲۵
۱۲	اگر n تعداد رئوس گراف و Δ ماکزیمم درجه گراف باشد، الف) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گر برابر $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ است. ب) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گری بزرگ‌تر از $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ باشد.	۱/۲۵
۱۳	با حروف کلمه «می سی سی پی» چند جایگشت ۸ حرفی با معنا یا بی معنا می‌توان نوشت؟	۱
۱۴	۶ کتاب ریاضی مختلف و ۵ کتاب فیزیک متمایز را به چند طریق می‌توان کنار هم در یک ردیف قرار داد، به طوری که: الف) کتاب‌ها یکی در میان قرار گیرند. ب) کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های فیزیک نیز کنار هم باشند.	۱/۲۵
۱۵	معادله $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد، به شرط آن که $X_1 > 2$ ، $X_3 > 3$ باشند.	۱
۱۶	بررسی کنید، آیا دو مربع لاتین 3×3 روبه‌رو متعامدند؟	۰/۷۵
۱۷	با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را به دست آورید.	۱/۷۵
۱۸	مجموعه اعداد $A = \{1, 2, 3, \dots, 84\}$ را در نظر بگیرید. نشان دهید هر زیر مجموعه ۴۳ عضوی از A دارای ۲ عضو است که مجموعشان برابر ۸۵ است.	۱
۲۰	جمع نمره	"موفق باشید"

کتاب آفریننده: فرزانه بابایی و محمدرضا عادل خانی

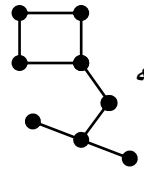
راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (قسمت ب سوال ۱ کار در کلاس صفحه ۱۳) ب) نادرست (۰/۲۵) (قضیه صفحه ۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) (نتیجه ابتدای صفحه ۴۰) ت) درست (۰/۲۵) (نکته قسمت دوم فعالیت صفحه ۷۸)	۱
۲	$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a \quad (0/25) \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \quad (0/25) \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0 \quad (0/25)$ همواره برقرار است، پس با برگشت روابط حکم برقرار می باشد. (۰/۲۵) (مثال اول صفحه ۷)	۱
۳	$a 4k+9$ $a 6k+14 \Rightarrow a \underbrace{-6(4k+9)}_{(0/25)} + \underbrace{4(6k+14)}_{(0/25)} \Rightarrow a 2 \quad (0/25) \xrightarrow{a>1} a=2 \quad (0/25)$ (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ سوال ۱)	۱
۴	$A = 21a^2 = 3 \times 7 \times a^2 \quad (0/25), B = 35a^2 = 5 \times 7 \times a^2 \quad (0/25) \Rightarrow [A, B] = 105a^2 \quad (0/5)$ (مشابه سوال ۱۶ صفحه ۱۷)	۱
۵	$13 \equiv -4 \pmod{17} \rightarrow 13^2 \equiv 16 \equiv -1 \pmod{17} \rightarrow 13^{22} \equiv -1 \pmod{17} \xrightarrow{-1 \equiv 16} r = 16 \quad (0/25)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۲۹)	۱
۶	$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow m a-b \quad (0/25) \Rightarrow m c(a-b) \quad (0/25) \Rightarrow m ac-bc \quad (0/25) \Rightarrow ac \equiv bc \pmod{m} \quad (0/25)$ (ویژگی ۲ صفحه ۱۹)	۱
۷	$13y \equiv 7 \pmod{9}, (13 \equiv 4, 7 \equiv 16 \pmod{9}) \rightarrow 4y \equiv 16 \pmod{9} \xrightarrow{(4,9)=1} y \equiv 4 \pmod{9}$ $y = 9k + 4 \quad (0/25), x = -13k - 5 \quad (0/25)$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹) (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)	۱/۵
۸	الف) $\delta(G) = 1 \quad (0/25)$ ب) $q = 6 \quad (0/25)$ پ) $N_G[b] = \{b, a, c, d\} \quad (0/5)$ ت) $x = c \quad (0/25)$ (مشابه سوال ۲ صفحه ۴۱)	۱/۲۵
۹	الف) گرافی از مرتبه n که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد $k, (0 \leq k < n)$ باشد. (تعریف صفحه ۳۵) ب) وجود ندارد. (۰/۲۵) زیرا: تناقض (۰/۲۵) $\sum_{i=1}^5 \deg v_i = 2q \Rightarrow 5 \times 3 = 2q \quad (0/25)$ (قسمت ت سوال ۸ صفحه ۴۲)	۱
۱۰	الف) $a, c, d, b, e, a \quad (0/5)$ ب) (مشابه شکل ۱۶ صفحه ۳۷) (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸)	۱
۱۱	الف) مجموعه احاطه گر با ۴ عضو مانند: $\{c, f, h, g\} \quad (0/5)$ (کار در کلاس صفحه ۴۷) ب) احاطه گر مینیمال مانند: $\{c, f, g\} \quad (0/75)$ (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)	۱/۲۵

ادامه پاسخها در صفحه دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۲	<p>الف) برای مثال اگر $n=10$، رسم C_{10} یا P_{10}. (۰/۲۵) در این گرافها: $\gamma(G) = \left \frac{n}{\Delta+1} \right = 4$ (۰/۲۵) . (کار در کلاس صفحه ۴۹)</p> <p>ب) در گرافی مشابه $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵) ولی $\left \frac{n}{\Delta+1} \right = 2$، (۰/۲۵) . (فعالیت صفحه ۵۰)</p>  <p>(لطفا برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)</p>	۱/۲۵									
۱۳	<p>(مشابه مثال صفحه ۵۸) $\frac{8!}{4! \times 2!} (0/75) = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{2} = 840 (0/25)$</p>	۱									
۱۴	<p>الف) $(0/5) 6! \times 5! \times 2!$ (ب) $(0/75) 6! \times 5! \times 2!$ (مشابه مثال صفحه ۵۷)</p>	۱/۲۵									
۱۵	<p>$y_1 + 3 + x_2 + y_3 + 4 + x_4 + x_5 = 14 \Rightarrow y_1 + x_2 + y_3 + x_4 + x_5 = 7 (0/25)$</p> <p>$\Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{11}{4} (0/25)$</p> <p>(مشابه سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۶۱)</p>	۱									
۱۶	<p>متعامدند. زیرا در جدول ترکیب شده از دو مربع لاتین، عدد تکراری نداریم. (۰/۲۵)</p> <p>(شماره ۳ کار در کلاس صفحه ۶۶)</p> <table border="1" data-bbox="223 1164 414 1321"> <tr><td>۱۱</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td></tr> <tr><td>۳۲</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td></tr> <tr><td>۲۳</td><td>۳۱</td><td>۱۲</td></tr> </table> <p>(۰/۵)</p>	۱۱	۲۲	۳۳	۳۲	۱۳	۲۱	۲۳	۳۱	۱۲	۰/۷۵
۱۱	۲۲	۳۳									
۳۲	۱۳	۲۱									
۲۳	۳۱	۱۲									
۱۷	<p>$1 \leq j \leq 3 \quad A_j = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j \quad 1 \leq i \leq 4\}$</p> <p>$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, B = \{b_1, b_2, b_3\} (0/25)$</p> <p>$S = 3^4 (0/25), A_i = 2^4 (0/25), A_i \cap A_j = 1^4 (0/25), A_1 \cap A_2 \cap A_3 = 0 (0/25)$</p> <p>$\underbrace{ A_1 \cup A_2 \cup A_3 }_{(0/25)} = S - A_1 \cup A_2 \cup A_3 = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36 (0/25)$</p> <p>(مشابه فعالیت صفحه ۷۷)</p>	۱/۷۵									
۱۸	<p>(سوال ۱۲ صفحه ۸۳)</p> <p>تعداد کبوترها = ۴۳ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها = ۴۲ و به صورت زیر هستند. (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۲۵)</p> <p>_____ , _____ , _____ , , _____ ۱,۸۴ ۲,۸۳ ۳,۸۲ ۴۲,۴۳</p> <p>چنان چه قرار باشد کبوترها لانه ها را اشغال کنند، آن گاه طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو عدد وجود دارد که در یک لانه جای می گیرند و مجموعشان ۸۵ است. (۰/۲۵)</p>	۱									

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

کتاب آورنده: فرزانه باستانی و محمدرضا عادل خانی

رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	تعداد صفحه: ۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹	

نمره	سوالات پاسخ نامه دارد	ردیف
------	-----------------------	------

الف) بخش الزامی

دانش آموز عزیز به سوالات ۱ تا ۱۴ جهت کسب ۱۶ نمره پاسخ دهید.

۱/۷۵	گزاره درست را اثبات کنید و برای گزاره نادرست، مثال نقض ارائه دهید. الف) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) اگر از مربع عددی فرد یک واحد کم کنیم، حاصل همواره بر ۸ بخش پذیر است.	۱
۱/۲۵	اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر ۴ برابر ۳ باشد، در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $2a + 3$ بر ۸ را به دست آورید.	۲
۱	اگر $n \in \mathbb{N}$ ، $n 9k + 7$ و $n 7k + 6$ ، ثابت کنید $n = 1$ یا $n = 5$.	۳
۱/۵	باقی مانده تقسیم 7^{30} بر ۱۵ را به دست آورید.	۴
۱/۲۵	معادله هم نهشتی $2x \equiv 5 \pmod{11}$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۵
۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) مجموع درجه های رأس های هر گراف تعداد یال ها است. ب) در یک گراف k -منتظم، ماکزیمم درجه رأس برابر با است. پ) در بین تمام مجموعه های احاطه گر گراف G ، مجموعه یا مجموعه های احاطه گری که کمترین تعداد عضو را دارند، مجموعه احاطه گر گراف G می نامیم. ت) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از رأس هایش، دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر می نامیم.	۶
۱/۲۵	گراف G را در نظر گرفته و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) $N_G[a]$ را با اعضا مشخص کنید. ب) یک دور به طول ۴ در این گراف مشخص کنید. پ) یک مسیر به طول ۳ و یک مسیر به طول ۴ از a به c بنویسید.	۷
۰/۷۵	درگراف G ، درجه رأس ۷ برابر با ۹ است و درجه رأس ۷ درگراف \bar{G} برابر با ۱۲ است. مرتبه گراف G را مشخص کنید.	۸
۱	گرافی ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید، به طوری که: الف) مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. ب) بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۹
۱/۲۵	عدد احاطه گری گراف زیر را مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.	۱۰
۰/۷۵	با ارقام عدد ۱، ۱، ۲، ۲، ۲، ۳، ۳، ۴ چند عدد ۷ رقمی می توان نوشت.	۱۱
۱/۲۵	به چند طریق می توان از بین ۵ نوع گل، ۱۱ شاخه گل انتخاب کرد، اگر بخواهیم، از گل نوع دوم حداقل ۲ شاخه و از گل نوع پنجم بیش از ۳ شاخه انتخاب کنیم.	۱۲

« بقیه سوالات در صفحه دوم »

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوال	نمره
------	------	------

۱۳	مربع لاتین مقابل را در نظر بگیرید و با اعمال یک جایگشت بر روی ۱، ۲، ۳، ۴ یک مربع لاتین جدید به دست آورید.	۱
----	---	---

۳	۴	۱	۲
۱	۲	۳	۴
۲	۱	۴	۳
۴	۳	۲	۱

۱۴	در هر مورد متعامد بودن دو مربع لاتین داده شده را بررسی کنید.	۱
----	--	---

۳	۲	۱
۱	۳	۲
۲	۱	۳

(الف)

۲	۱	۳
۱	۳	۲
۳	۲	۱

(ب)

۳	۱	۲
۲	۳	۱
۱	۲	۳

(ب) بخش انتخابی

دانش آموز عزیز جهت کسب ۴ نمره از سوالات ۱۵ تا ۲۲ فقط ۴ سوال را به دلخواه انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۵	اگر x و y دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$.	۱
۱۶	گراف G ، ۶ رأسی ۳-منتظم است. (الف) اندازه گراف G را بیابید. (ب) نمودار گراف G را رسم کنید.	۱
۱۷	ثابت کنید تعداد رأس‌های فرد هر گراف، عددی زوج است.	۱
۱۸	۴ دانش آموز پایه دهم و ۳ دانش آموز پایه یازدهم، به چند طریق می‌توانند در یک ردیف قرار گیرند، به طوری که: (الف) هیچ دو دانش آموز هم پایه کنار هم نباشند. (ب) همواره دانش آموزان پایه دهم کنار هم باشند.	۱
۱۹	به چند طریق می‌توان ۴ خودکار متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن‌که هیچ کس بیشتر از یک خودکار نداشته باشد؟ (به هر نفر حداکثر یک خودکار داده باشیم).	۱
۲۰	در بین اعداد طبیعی مانند n ، به طوری که $1 \leq n \leq 100$ ، چند عدد وجود دارد که بر ۶ یا ۱۰ بخش پذیر است؟	۱
۲۱	در یک اردوی دانش‌آموزی حداقل چند دانش‌آموز حضور داشته باشند تا اطمینان داشته باشیم که لااقل ۷ نفر از آن‌ها ماه تولد یکسانی دارند؟	۱
۲۲	قرار است سه کارگر W_1, W_2, W_3 در سه روز متوالی با سه ماشین نخریسی و با ۳ نوع الیاف کار کنند، به گونه‌ای که هر کارگر با هر نوع ماشین و هر نوع الیاف دقیقاً یک بار کار کرده باشد و نیز هر الیاف در هر ماشین دقیقاً یک بار به کار رفته باشد. برای این منظور برنامه‌ریزی کنید.	۱
۲۴	جمع نمره	"موفق باشید"

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 8 صبح	مدت امتحان: 120 دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: 1399/04/08	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

پاسخ سوالات الزامی

1	الف) نادرست (0/25) $\sqrt{2}, -\sqrt{2} \in Q^C$ (0/25), $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0 \notin Q^C$ (0/25) ب) درست (0/25) $(2k+1)^2 - 1 = \underbrace{4k^2 + 4k + 1 - 1}_{(0/25)} = \underbrace{4k(k+1)}_{(0/25)} = \underbrace{4 \times 2q}_{(0/25)} = 8q$	1/75
2	$a = 4q + 3$ (0/25) $\Rightarrow 2a + 3 = \underbrace{8q + 9}_{(0/25)} = \underbrace{8(q+1) + 1}_{(0/25)} = 8q' + 1$ (0/25) $\Rightarrow r = 1$ (0/25)	1/25
3	$n 9k + 7 \times (-7)$ (0/25) $\Rightarrow n -63k - 49 + 63k + 54$ (0/25) $\Rightarrow n 5$ (0/25) $\xrightarrow{n \in N} n = 1$ یا 5 (0/25)	1
4	$7^2 = 49 \equiv 4$ (0/25) $\Rightarrow 7^4 \equiv 16 \equiv 1$ (0/5) $\Rightarrow 7^{28} \equiv 1$ (0/25) $\xrightarrow{\times 7^2 = 4 (0/25)} 7^{30} \equiv 4$ (0/25)	1/5
5	$2 \equiv 35$ (0/25) $\Rightarrow 5x \equiv 35$ (0/25) $\xrightarrow{(5,11)=1 (0/25)} x \equiv 7$ (0/25) $\Rightarrow x = 11k + 7$ (0/25)	1/25
6	الف) دو برابر (0/25) (نتیجه ابتدای صفحه 40) پ) مینیمم (0/25) (تعریف صفحه 44)	1
7	الف) $N_G[a] = \{a, b, e, d\}$ (0/5) (مشابه مثال صفحه 36) ب) دور به طول 4 a, b, e, d, a (0/25) (تعریف دور صفحه 38) (در قسمت ب اگر دور را به صورت a, d, e, b, a نوشت، نمره داده شود.) پ) مسیر به طول 3، a, e, b, c (0/25) و مسیر به طول 4، a, d, e, b, c (0/25) (مشابه مثال صفحه 38)	1/25
8	$\deg_G(v) + \deg_{\bar{G}}(v) = p - 1$ (0/25) $\Rightarrow 9 + 12 = p - 1$ (0/25) $\Rightarrow p = 22$ (0/25)	0/75
9	الف) گراف روبه‌رو از مرتبه 6 و دارای تنها یک مجموعه احاطه‌گریکتا $\{a, b\}$ است. (0/25) رسم گراف (0/25) ب) گراف مقابل دارای سه مجموعه احاطه‌گری به اندازه 2 است که عبارتند از: $\{a, d\}, \{f, c\}, \{e, b\}$. (0/25) (ذکر یک مجموعه کافی است.) رسم گراف (0/25)	1
10	برای گراف مورد سوال داریم $\left\lceil \frac{1}{3+1} \right\rceil = 3 \leq \gamma(G) \Rightarrow \left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ (0/5). از طرفی مجموعه $\{g, h, d\}$ یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف است (0/25). لذا $\gamma(G) \leq 3$ (0/25). بنابراین $\gamma(G) = 3$ (0/25). (قسمت دوم کار در کلاس صفحه 50)	1/25
11	$\frac{7!}{2! \times 3!}$ (0/5) = 42 (0/25)	0/75
12	قسمت پ تمرین 8 صفحه 71 $x_1 + \dots + x_5 = 11$, $x_2 \geq 2$, $x_5 \geq 4$ (0/25) $x_1 + y_2 + 2 + x_3 + x_4 + y_5 + 4 = 11$ (0/25) $\Rightarrow x_1 + y_2 + x_3 + x_4 + y_5 = 5$ (0/25) \Rightarrow جواب $= \binom{5+5-1}{5-1} = \binom{9}{4}$ (0/5)	1/25

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

کتاب آردمند: فزانه باطنی و محسوسات عادل خانی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 8 صبح	مدت امتحان: 120 دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: 1399/04/08	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

13	با استفاده از جایگشت $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 1$ (0/5) مربع لاتین به صورت مقابل داریم. (مشابه تمرین 12 صفحه 72) (برای جایگشت‌های دیگر نیز بارم مناسب در نظر بگیرید.)	1
----	---	---

3	2	1	4
1	4	3	2
4	1	2	3
2	3	4	1

(0/5)

14	متعامدند. زیرا عدد دو رقمی تکراری در مربع وجود ندارد. (0/25)	(الف)	متعامد نیستند. زیرا عدد دو رقمی تکراری در مربع وجود دارد. (0/25)	(ب)
----	--	-------	--	-----

32	21	13
11	33	22
23	12	31

13	21	32
32	13	21
21	32	13

(0/25)

پاسخ سوالات اختیاری

15	چون رابطه آخر درست است، پس با بازگشت روابط، حکم مسأله درست است. (0/25) قسمت الف تمرین 1 صفحه 8	1
----	---	---

$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2}{xy} \geq 2 \quad (0/25) \Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy \quad (0/25) \Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0 \quad (0/25)$

16	الف) $3 \times 6 = 2q \Rightarrow q = 9$ (0/5) ب) رسم یکی از گراف‌های زیر کافی است. (0/5)	1
----	--	---



17	فرض کنیم G یک گراف و A مجموعه همه رئوس فرد گراف و B مجموعه همه رئوس زوج گراف G باشد. در این صورت داریم: $\sum_{v \in V(G)} \deg(v) = \sum_{v \in A} \deg(v) + \sum_{v \in B} \deg(v)$ (0/25). از طرفی $\sum_{v \in V(G)} \deg(v) = 2q$ و $\sum_{v \in B} \deg(v) = 2k$ زوج‌اند. (0/25) لذا $\sum_{v \in A} \deg(v) = 2q - 2k$ باید زوج باشد. (0/25) می‌دانیم تعدادی زوج عدد فرد، حاصل زوج را تولید می‌کنند بنابراین تعداد اعضای A باید زوج باشد. (0/25) (صفحه 40)	1
----	---	---

18	الف) $4! \times 3!$ (0/5) ب) $4! \times 4!$ (0/5)	1
----	---	---

19	تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این کار معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های یک‌به‌یک از مجموعه 4 عضوی به مجموعه‌ای 8 عضوی (0/25)، یعنی: $(0/25) = 168 \circ (0/25) = \frac{8!}{4!} = (8)_4$. (مثال پایین صفحه 78)	1
----	---	---

20	(مشابه کار در کلاس صفحه 76) $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 100, n = 6k\} \Rightarrow A = \left\lfloor \frac{100}{6} \right\rfloor = 16$ (0/25) $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 100, n = 10k\} \Rightarrow B = \left\lfloor \frac{100}{10} \right\rfloor = 10$ (0/25) $A \cap B = \{n \mid 1 \leq n \leq 100, n = 30k\} \Rightarrow A \cap B = \left\lfloor \frac{100}{30} \right\rfloor = 3$ (0/25) $\Rightarrow A \cup B = 16 + 10 - 3 = 23$ (0/25)	1
----	--	---

ادامه پاسخ‌ها در صفحه سوم

گروه آوازنده: فرزانه بابایی و محمدرضا عادل خانی

مدت امتحان: 120 دقیقه	ساعت شروع: 8 صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: 1399/04/08		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال 1399	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

21	در این مسأله $k + 1 = 7 \Rightarrow k = 6$ و تعداد لانه ها 12 است (0/25). پس تعداد کبوترها یا معادل با آن تعداد دانش آموزان حداقل می‌بایست $kn + 1 = 6 \times 12 + 1 = 73$ باشد. (0/5)	1
22	برای برنامه‌ریزی دو مربع لاتین متعامد در نظر بگیریم. مربع A مربوط به ماشین‌ها و مربع B مشخص کننده الیاف است. (سوال 14 صفحه 72)	1

W_1	W_2	W_3	
روز اول	1	3	2
روز دوم	3	2	1
روز سوم	2	1	3

= A

W_1	W_2	W_3	
روز اول	2	1	3
روز دوم	3	2	1
روز سوم	1	3	2

= B
 \Rightarrow

W_1	W_2	W_3	
روز اول	12	31	23
روز دوم	33	22	11
روز سوم	21	13	32

عدد سمت چپ هر درآیه نشان دهنده ماشین و عدد سمت راست آن مشخص کننده نوع الیاف است.

20	جمع نمره
----	----------

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل‌های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

گروه آواز نده: فرزانه باستانی و محمدرضا عادل خانی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

الف) بخش الزامی

دانش آموز عزیز به سوالات ۱ تا ۱۳ جهت کسب ۱۶ نمره پاسخ دهید.

۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را تعیین کنید. الف) برای هر دو عدد حقیقی x و y ، داریم: $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$. ب) اگر a و b دو عدد حقیقی باشند و $ab = 0$ آن گاه $a = 0$ یا $b = 0$. پ) اگر $a, b \in \mathbb{R}$ داریم: $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$. ت) حاصل جمع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱
۱/۲۵	ثابت کنید اگر a و b دو عدد حقیقی نامنفی باشند، داریم: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$.	۲
۱/۲۵	فرض کنیم a و n دو عدد طبیعی باشند به طوری که $a 2n+3$ و $a 3n+4$. نشان دهید $a=1$.	۳
۱/۵	ثابت کنید اگر $p > 3$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p=6k+1$ یا $p=6k+5$ ($k \in \mathbb{W}$) نوشته می‌شود.	۴
۱/۲۵	اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد m و n بر ۱۷ به ترتیب ۵ و ۳ باشد، در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد $(2m-5n)$ بر ۱۷ را محاسبه کنید.	۵
۱/۲۵	رقم یکان عدد $(3^{11} + 7)$ را به دست آورید.	۶
۱	معادله سیاله $2x + 5y = 19$ را حل کنید.	۷
۲/۵	گراف G به صورت مقابل رسم شده است. به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) $\Delta(G)$ ، $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) سه دور به طول ۳ بنویسید. پ) ماکزیمم درجه در مکمل گراف G چند است؟ ت) $N_G(e)$ را با اعضا بنویسید. ث) آیا گراف G همبند است؟	۸
۱	گراف کامل K_p دارای ۱۰ یال است. ابتدا p را به دست آورید، سپس گراف را رسم کنید.	۹
۱/۵	عدد احاطه‌گری گراف زیر را مشخص کنید.	۱۰
۰/۷۵	هشت نفر به چند طریق می‌توانند در سه اتاق، سه نفره، چهار نفره و یک نفره قرار بگیرند؟	۱۱
۱/۲۵	معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_1 \geq 1$ و $x_3 > 3$ باشند؟	۱۲
۰/۵	یک مربع لاتین چرخشی 4×4 بنویسید.	۱۳

« بقیه سوالات در صفحه دوم »

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

ب) بخش انتخابی

دانش آموز عزیز جهت کسب ۴ نمره از سوالات ۱۴ تا ۲۱ فقط ۴ سوال را به دلخواه انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱	فرض کنیم $a, b \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{N}$ اگر $a \equiv b^m$, $n \in \mathbb{N}$ ثابت کنید: $a^n \equiv b^n$.	۱۴																		
۱	آیا گراف ۷ رأسی ۳- منتظم وجود دارد؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه کنید.	۱۵																		
۱	گراف P_6 را رسم کرده و تمام مسیرهای به طول ۳ را مشخص کنید.	۱۶																		
۱	متعامد بودن دو مربع لاتین زیر را بررسی کنید.	۱۷																		
	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲	
۱	۲	۳																		
۳	۱	۲																		
۲	۳	۱																		
۱	۲	۳																		
۲	۳	۱																		
۳	۱	۲																		
۱	در یک کلاس ۲۵ نفری، ۱۵ نفر فوتبال و ۱۴ نفر والیبال بازی می کنند. مشخص کنید چند نفر نه فوتبال بازی می کنند و نه والیبال، به شرط آن که بدانیم ۹ نفر هم فوتبال و هم والیبال بازی می کنند.	۱۸																		
۱	تعداد تابع های یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی چند تا است؟ (با ذکر دلیل)	۱۹																		
۱	۸ نفر را که برای یک برنامه تلویزیونی پیامک ارسال کرده اند، انتخاب کرده ایم و می خواهیم در ۴ مرحله و در هر مرحله یک جایزه را به یکی از این ۸ نفر (با قرعه کشی) به دلخواه بدهیم. این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟ (یک نفر می تواند ۴ جایزه را برنده شود).	۲۰																		
۱	نشان دهید در یک خانواده ۵ نفری حداقل دو نفر فصل تولدشان یکسان است.	۲۱																		
۲۴	جمع نمره	" موفق باشید "																		

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

پاسخ سوالات الزامی		
۱	(الف) نادرست (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۳) (ب) درست (۰/۲۵) (مثال صفحه ۴) (پ) نادرست (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۷) (ت) نادرست (۰/۲۵) (مشابه قسمت ث کار در کلاس صفحه ۳)	
۱/۲۵	$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b-2\sqrt{ab} \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$ (۰/۲۵) نابرابری آخر برای a, b نامنفی همیشه درست است. (۰/۲۵). اثبات بازگشتی و حکم برقرار است. (مثال صفحه ۷)	۲
۱/۲۵	$a 2n+4 \Rightarrow a \underbrace{-2(2n+4)}_{(0/25)} + \underbrace{2(2n+2)}_{(0/25)} \Rightarrow a 1 \Leftrightarrow a = \pm 1 \Leftrightarrow a = 1$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{a \in \mathbb{N}}$ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱)	۳
۱/۵	هرگاه p را بر ۶ تقسیم کنیم، خواهیم داشت: $p = 6k$ (۱) , $p = 6k + 1$ (۲) , $p = 6k + 2 = 2(3k + 1)$ (۳) (۰/۷۵) $p = 6k + 3 = 3(2k + 1)$ (۴) , $p = 6k + 4 = 2(3k + 2)$ (۵) , $p = 6k + 5$ (۶) p در حالات (۱)، (۳) و (۵) زوج و در (۴) بر ۳ بخش پذیر است (۰/۲۵) که با اول بودن p تناقض دارد. (۰/۲۵) بنابراین فقط در حالات (۲) یا (۶) ، p می تواند عددی اول باشد که حکم اثبات می شود. (۰/۲۵) (مسئله ۲ صفحه ۱۵)	۴
۱/۲۵	$m = 17q + 5$ ($q \in \mathbb{Z}$) (۰/۲۵) $\Rightarrow (2m - 5n) = 17(2q - 5q') - 5$ (۰/۲۵) (مثال پایین صفحه ۱۴) $n = 17q' + 3$ ($q' \in \mathbb{Z}$) $\Rightarrow (2m - 5n) = 17(2q - 5q' - 1) + 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow r = 12$ (۰/۲۵)	۵
۱/۲۵	$2^5 \equiv 2 \pmod{10} \Rightarrow 2^{10} \equiv 2^2 \pmod{10} \Rightarrow 2^{11} \equiv 8 \pmod{10} \Rightarrow 2^{11} + 7 \equiv 15 \equiv 5 \pmod{10}$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۱۱ صفحه ۲۹)	۶
۱	$2x \equiv 19 \equiv 4 \pmod{5} \xrightarrow{(2,5)=1} x \equiv 2 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k + 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y = -2k + 3$ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۲۷)	۷
۲/۵	(الف) $\Delta(G) = 4$, $\delta(G) = 0$ (۰/۵) (ب) c, a, b, c (۰/۲۵) , c, a, e, c (۰/۲۵) , c, e, d, c (۰/۲۵) (پ) $N_G(e) = \{a, c, d\}$ (۰/۷۵) (۰/۲۵) (ت) خیر (۰/۲۵)	۸
۱	$\frac{p(p-1)}{2} = 10$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p^2 - p - 20 = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p = 5$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۶ صفحه ۴۲)	۹
	رسم گراف (۰/۲۵)	
۱/۵	با توجه $\left\lceil \frac{8}{3+1} \right\rceil = 2$ داریم $\gamma(G) \geq 2$ (۰/۲۵) لذا حداقل عدد احاطه گری ۲ است. (۰/۲۵) از طرفی $\{e, c\}$ یک مجموعه احاطه گر است. (۰/۵). پس $\gamma(G) \leq 2$ در نتیجه $\gamma(G) = 2$ (عدد احاطه گری). (۰/۲۵) (قسمت الف تمرین ۳ صفحه ۵۲)	۱۰
۰/۷۵	(به راه حل $\binom{8}{4} \binom{4}{3} \binom{1}{1}$ نیز نمره داده شود.) (مشابه مثال صفحه ۵۹) $\frac{8!}{3! \times 4!}$ (۰/۷۵)	۱۱

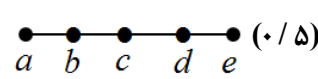
ادامه پاسخها در صفحه دوم

کود آلوده: فرزانه بانایی و محمدرضا عادل خانی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$y_1 = x_1 - 1 \geq 0 \Rightarrow x_1 = 1 + y_1$ (۰/۲۵) , $y_r = x_r - 4 \geq 0 \Rightarrow x_r = 4 + y_r$ (۰/۲۵) \Rightarrow (سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۶۱) $1 + y_1 + x_r + 4 + y_r + x_s = 14$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_1 + x_r + y_r + x_s = 9$ (۰/۲۵) \Rightarrow جواب = $\begin{pmatrix} 9+5-1 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 4 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۳	(توضیحات صفحه ۶۳) $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{matrix}$ (۰/۵)	۰/۵

پاسخ سوالات اختیاری

۱۴	$a \equiv b \Rightarrow m a-b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1})$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m a^n - b^n$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a^n \equiv b^n$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۹ صفحه ۲۹)	۱
۱۵	وجود ندارد. (۰/۲۵) زیرا: (۰/۲۵) زوج $2q = 21$ فرد $\Rightarrow 3 \times 7 = 2q$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \sum_{i=1}^7 \deg v_i = 2q$ (سوال ۸ صفحه ۳۸) همکاران گرامی، در صورتی که دانش آموزی با رسم شکل هم توضیح داد، نمره داده شود.	۱
۱۶	a, b, c, d (۰/۲۵) , b, c, d, e (۰/۲۵) (صفحه ۳۸)  (۰/۵)	۱
۱۷	در مربع لاتین مقابل، اعداد ۲ رقمی تکراری نداریم. پس دو مربع لاتین، متعامدند. (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۶۶)	$\begin{matrix} 11 & 22 & 33 \\ 32 & 13 & 21 \\ 23 & 31 & 12 \end{matrix}$ (۰/۷۵)
۱۸	$ \overline{FUV} = S - FUV = 25 - (15 + 14 - 9) = 5$ (۰/۲۵) (مثال صفحه ۷۴)	۱
۱۹	$A = \{a_1, a_2, a_3\}$, $b = \{b_1, b_2, \dots, b_6\}$ $f(a_1) = b_1 \vee b_2 \vee \dots \vee b_6 \Rightarrow$ به ۶ طریق $f(a_1)$ را تعریف کنیم. (۰/۲۵) (فعالیت صفحه ۷۹) $f(a_2) = b_1 \vee b_2 \vee \dots \vee b_6 \Rightarrow$ به ۵ طریق $f(a_2)$ را تعریف کنیم. (۰/۲۵) $f(a_3) = b_1 \vee b_2 \vee \dots \vee b_6 \Rightarrow$ به ۴ طریق $f(a_3)$ را تعریف کنیم. (۰/۲۵) بنابراین طبق اصل ضرب $6 \times 5 \times 4 = 120$ تابع یک به یک داریم. (۰/۲۵) (به روش $P(6,3) = \frac{6!}{3!} = 120$ نیز نمره داده شود).	۱
۲۰	حل مسأله معادل با یافتن تعداد تابع‌های ممکن از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۸ عضوی است. (۰/۵) که برابر با 8^4 است. (۰/۵) (مثال صفحه ۷۸)	۱
۲۱	فصل تولد = لانه = ۴ (۰/۲۵) و افراد خانواده = کیبوتر = ۵ (۰/۲۵). طبق اصل لانه کیبوتری (۰/۲۵) حداقل یک لانه (فصل) وجود دارد که ۲ کیبوتر (دو نفر از اعضای خانواده) در آن قرار می‌گیرند (در یک فصل به دنیا آمده‌اند). (سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۸۰)	۱
۲۴	جمع نمره	

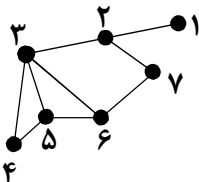
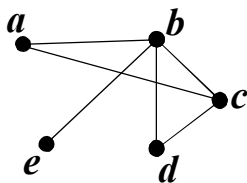
«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل‌های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

کتاب آورنده: فرزانه باستانی و محمدرضا عادل خانی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	گزاره‌های درست را مشخص کرده و برای گزاره‌های نادرست، مثال نقض ارائه کنید. الف) برای هر عدد طبیعی n بزرگ‌تر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است. ب) برای دو عدد طبیعی a و b ، اگر $a b$ آن‌گاه $[a, b] = b $. پ) معادله هم‌نهشتی $ax \equiv b^m \pmod{m}$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, b) m$.	۱
۲	اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\alpha - \beta$ گنگ است.	۱/۵
۳	اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد a و b بر ۱۷ برابر ۵ و ۳ باشد، در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد $(2a - 5b)$ بر ۱۷ را بیابید.	۱
۴	اگر a عددی طبیعی باشد، حاصل $(5a + 4, 2a + 3)$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۵	باقی‌مانده تقسیم $(38^{36} + 19)$ را بر ۴ به دست آورید.	۱/۲۵
۶	معادله هم‌نهشتی $8x \equiv 2 \pmod{12}$ را حل کرده و جواب عمومی آن را به دست آورید.	۱
۷	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. الف) مرتبه گراف نشان دهنده تعداد گراف می‌باشد. ب) اگر یک یال، یک رأس را به خود آن رأس وصل کند، این یال را می‌نامیم. پ) دو یال را می‌نامیم هرگاه رأسی وجود داشته باشد که هر دوی آن‌ها را به هم متصل کند. ت) تعداد رأس‌های فرد هر گراف عددی است.	۱
۸	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید. الف) درجه رأس e در گراف مکمل G چند است؟ ب) تمام دورهای موجود در گراف G را بنویسید. پ) $\Delta(G)$ را مشخص کنید.	۲
۹	الف) گراف k - منتظم را تعریف کنید. ب) گراف P_7 را رسم کنید. پ) آیا گراف‌های C_n منتظم هستند؟	۱
۱۰	در گراف G که شکل آن در مقابل داده شده است: الف) یک مجموعه احاطه گر مینیمال با ۳ عضو بنویسید. ب) عدد احاطه‌گری G را تعیین کنید.	۲
۱۱	با ارقام ۴، ۳، ۷، ۸، ۶ چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت که: الف) اعداد زوج کنار هم باشند. ب) اعداد فرد کنار هم باشند.	۱



«بقیه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۲	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 17$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد، به شرط آن که $x_5 = 2$ ، $x_6 > 2$ باشند.	۱/۵									
۱۳	مربع لاتین A را در نظر بگیرید. <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> </table> <p>الف) با اعمال یک جایگشت روی درآیه های مربع لاتین A، مربع لاتین B را تولید کنید. ب) متعامد بودن دو مربع لاتین A و B را بررسی کنید.</p>	۲	۱	۳	۳	۲	۱	۱	۳	۲	۲
۲	۱	۳									
۳	۲	۱									
۱	۳	۲									
۱۴	مجموعه $S = \{1, 2, \dots, 400\}$ را در نظر بگیرید. چند عدد در S وجود دارند به طوری که نه بر ۵ و نه بر ۷ بخش پذیر باشند.	۱/۵									
۱۵	حداقل چند نفر در یک سالن همایش حضور داشته باشند تا مطمئن باشیم دست کم ۳ نفر وجود دارند که دو حرف اول و دوم نام خانوادگی آنها مانند هم و غیر تکراری است؟	۱									
	"موفق باشید"	جمع نمره									
		۲۰									

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) ، $n = 4 \Rightarrow 2^4 - 1 = 15 \notin P$ (قسمت ب کار در کلاس صفحه ۳) ب) درست (۰/۲۵) (قسمت ب سوال ۱ کار در کلاس صفحه ۱۳) (پ) درست (۰/۲۵) (قضیه صفحه ۲۵)	۱
۲	فرض خلف: $\alpha - \beta$ گویاست. (۰/۲۵) تمرین ۳ صفحه ۸) $\alpha - \beta = m \in Q$ (۰/۲۵) $\alpha + \beta = n \in Q$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 2\alpha = m + n$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \alpha = \frac{m+n}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \alpha \in Q$ تناقض با فرض (۰/۲۵)	۱/۵
۳	۱) $a = 17q + 5$ (۰/۲۵) $b = 17q' + 3$ $\Rightarrow 2a - 5b = 17 \times 2q + 10 - 17 \times 5q' - 15 = 17(2q - 5q' - 1) + 12 = 17k + 12 \Rightarrow r = 12$ (۰/۲۵) (مثال صفحه ۱۴)	۱
۴	$(5a + 4, 2a + 3) = d \Rightarrow d 2a + 3$ (۰/۲۵) $d 5a + 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow d -2(5a + 4) + 5(2a + 3)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow d 7$ (۰/۲۵) $\Rightarrow d = 1$ یا 7 (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۶ صفحه ۱۶)	۱/۲۵
۵	$38 \equiv 2 \pmod{36} \rightarrow 38^2 \equiv 4 \pmod{36} \rightarrow 38^{36} \equiv 0 \pmod{36}$, $19 \equiv 3 \pmod{36} \Rightarrow 38^{36} + 19 \equiv 3 \pmod{36}$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۹ صفحه ۲۹)	۱/۲۵
۶	۱) $8x \equiv 20 \pmod{32} \xrightarrow{(8,32)=4} x \equiv 5 \pmod{8} \Rightarrow x = 3k + 4$ (۰/۲۵) (قسمت ب تمرین ۱۴ صفحه ۳۰)	۱
۷	الف) رئوس (۰/۲۵) (تعریف مرتبه صفحه ۳۵) ب) طوقه (۰/۲۵) (تعریف طوقه صفحه ۳۶) پ) مجاور (۰/۲۵) (تعریف دو یال مجاور صفحه ۳۶) ت) زوج (۰/۲۵) (نتیجه قضیه صفحه ۴۰)	۱
۸	الف) ۳ (۰/۲۵) (مسئله ۱ صفحه ۳۸) ب) b, d, c, b (۰/۵) ، a, b, c, a (۰/۵) ، a, b, d, c, a (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸) توجه: در قسمت ب) ممکن است دانش آموز شروع دور را با رأس دیگری آغاز کرده باشد. مثلا دور b, d, c, b را به فرم d, b, c, d نوشته باشد. به این دورها نیز نمره داده شود. پ) ۴ (۰/۲۵) (مفهوم ماکزیمم درجه صفحه ۳۷)	۲
۹	الف) گرافی که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشد. (۰/۵) (تعریف گراف منتظم صفحه ۳۵) ب) $\bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet$ (۰/۲۵) (تعریف P_n صفحه ۳۸) (پ) بله (۰/۲۵) (مفهوم گراف منتظم صفحه ۳۵)	۱

ادامه پاسخها در صفحه دوم

کتاب آرا و ننده: فرزان باستانی و محمدرضا عادل خانی

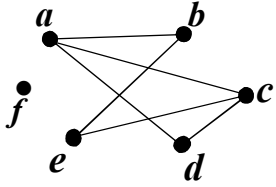
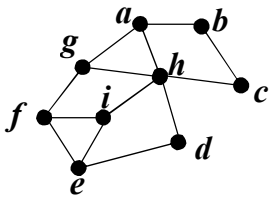
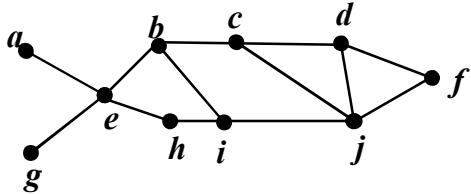
راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	الف) $\{1, 6, 4\}$ یا $\{1, 5, 7\}$ (۰/۷۵) (مشابه تمرین ۱۱ صفحه ۵۴) ب) $\left \frac{7}{4+1} \right = 2$ (۰/۲۵) بنابراین $\gamma(G) \geq 2$ (۰/۲۵) (*). از سوی دیگر $\{2, 5\}$ یک مجموعه احاطه گر است (۰/۲۵) لذا $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵) (**). از (*) و (***) نتیجه می شود که $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵). (مشابه تمرین ۳ صفحه ۵۲)	۲
۱۱	الف) $3! \times 3!$ (۰/۵) ب) $2! \times 4!$ (۰/۵)	۱
۱۲	$y_7 = x_7 - 3, y_7 \geq 0$ (۰/۲۵), $x_8 = 2$ $x_1 + y_7 + 3 + x_7 + x_6 + 2 + x_6 = 17$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x_1 + y_7 + x_7 + x_6 + x_6 = 12$ (۰/۲۵) \Rightarrow تعداد جواب ها $= \binom{16}{4}$ (۰/۵) (مشابه تمرین ۵ کار در کلاس صفحه ۶۱)	۱/۵
۱۳	الف) $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ (۰/۷۵) ب) $\begin{bmatrix} 21 & 13 & 32 \\ 32 & 21 & 13 \\ 13 & 32 & 21 \end{bmatrix}$ (۰/۷۵) متعامد نیستند. زیرا در مربع آخر، عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۶۴ و مفهوم متعامد بودن صفحه ۶۵)	۲
۱۴	$A = \{n \in S \mid n = 5k, k \in Z\} \Rightarrow n(A) = \left[\frac{400}{5} \right] = 80$ (۰/۲۵) $B = \{n \in S \mid n = 7k, k \in Z\} \Rightarrow n(B) = \left[\frac{400}{7} \right] = 57$ (۰/۲۵) $A \cap B = \{n \in S \mid n = 35k, k \in Z\} \Rightarrow n(A \cap B) = \left[\frac{400}{35} \right] = 11$ (۰/۲۵) $ \overline{A \cup B} = S - A \cup B = 400 - (80 + 57 - 11) = 274$ (۰/۲۵) (مشابه فعالیت صفحه ۷۵)	۱/۵
۱۵	$n = 32 \times 31 = 992$ (۰/۲۵), $k+1=3 \Rightarrow k=2$ (۰/۲۵) تعداد لانه ها تعداد کیبوترها $= 2 \times 992 + 1 = 1985$ (۰/۵) (سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۸۲)	۱
	جمع نمره	۲۰

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بازم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

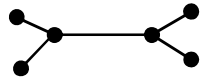
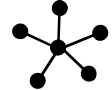
۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش پذیر است. ب) هیچ عدد صحیحی مانند x و y وجود ندارند که رابطه $x^2 + y^2 = (x + y)^2$ برقرار باشد.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید. الف) a و b اعدادی صحیح و a مخالف صفر است. اگر $a b$ آن گاه عدد شمارنده عدد است. ب) m عددی صحیح است. حاصل $(2m, 6m^3)$ برابر با است.	۰/۷۵
۳	به روش بازگشتی ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی، کوچک تر یا مساوی نصف مجموع مربعات آن ها است.	۱/۲۵
۴	ثابت کنید اگر $p \geq 5$ عددی اول باشد، آن گاه به یکی از دو صورت $p = 4k + 1$ یا $p = 4k + 3$ نوشته می شود.	۰/۷۵
۵	باقی مانده تقسیم عدد $A = (1000)^{25} \times 9 + 11$ را بر ۷ بیابید.	۰/۷۵
۶	معادله $7x \equiv 1$ را حل کنید.	۱
۷	گراف G که به صورت مقابل است را در نظر بگیرید. الف) $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید. ب) بزرگ ترین درجه در گراف \bar{G} مربوط به کدام رأس و چند است؟ پ) دوری به طول ۵ برای رأس a بنویسید. ت) آیا گراف G همبند است؟	۲
		
۸	تفاوت بین مجموعه احاطه گر مینیمال و مینیمم چیست؟ توضیح دهید.	۱
۹	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.	۱
		
۱۰	عدد احاطه گری گراف شکل زیر را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۵
		
۱۱	الف) یک گراف ۶ رأسی که γ - مجموعه آن با اندازه یک باشد، رسم کنید. ب) یک گراف ۶ رأسی که γ - مجموعه آن با اندازه دو باشد، رسم کنید.	۱/۵
۱۲	کوتاه پاسخ دهید. می خواهیم با حروف «ب» و «ج» و ارقام ۱، ۲، ۴، ۵، ۶، ۸، رمزی شامل ۸ کاراکتر تشکیل دهیم. مطلوب است: الف) تعداد رمزهایی که هر یک از آن ها با یک حرف آغاز و حرف دیگر خاتمه یابد. ب) تعداد رمزهایی که در آن ها حروف کنار هم باشند.	۱

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد		
نمره			

۱۳	به چند طریق می توان از بین ۶ نوع گل ۱۲ شاخه گل انتخاب کرد اگر بخواهیم: از گل نوع اول حداقل یک شاخه، از گل نوع چهارم بیش از ۳ شاخه و از گل نوع ششم فقط یک شاخه انتخاب کنیم.	۲
۱۴	مربع لاتین A را در نظر بگیرید. ابتدا سطر اول و سطر دوم مربع A را جابه جا کنید. سپس در مربع حاصل ستون دوم و سوم را جابه جا کنید و مربع حاصل را B نام گذاری کنید. متعامد بودن دو مربع لاتین A و B را بررسی کنید.	۱/۵
	$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$	
۱۵	در یک کلاس ۳۴ نفری، ۱۵ نفر فوتبال، ۱۱ نفر والیبال و ۹ نفر بسکتبال بازی می کنند. اگر بدانیم ۳ نفر هم فوتبال، هم والیبال و هم بسکتبال بازی می کنند و ۵ نفر فوتبال و والیبال، ۶ نفر والیبال و بسکتبال و ۳ نفر فوتبال و بسکتبال بازی می کنند. مشخص کنید چند نفر فقط در یک رشته بازی می کنند؟	۱/۷۵
۱۶	الف) به چند طریق می توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۳ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداقل یک کلاه داده شود؟ ب) به چند طریق می توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداکثر یک کلاه داده شود؟	۱
۱۷	۵۴ شاخه گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا اطمینان داشته باشیم گلدانی هست که در آن حداقل ۵ شاخه گل قرار گرفته است؟	۰/۷۵
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (سوال ۱۵ صفحه ۱۷) (ب) نادرست (۰/۲۵) (سوال ۴ صفحه ۸)	۰/۵
۲	الف) عدد a شمارنده عدد b است. (۰/۵) (مفهوم عاد کردن صفحه ۹) (ب) $2m$ (۰/۲۵) (ب سوال ۱۶ صفحه ۱۷)	۰/۷۵
۳	$xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow 2xy \leq x^2 + y^2$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) گزاره همواره درست (۰/۲۵) (مشابه الف سوال ۱ صفحه ۸)	۱/۲۵
۴	$p = 4k$ (۱) , $p = 4k + 1$ (۲) , $p = 4k + 2 = 2(2k + 1)$ (۳) , $p = 4k + 3$ (۴) (۰/۲۵) در حالت (۱) و (۳) ، p عددی زوج است که با اول بودن آن تناقض دارد. (۰/۲۵) بنابراین اعداد اول به فرم (۲) یا (۴) خواهند بود. (۰/۲۵) (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۵)	۰/۷۵
۵	$1000 \equiv -1 \pmod{25} \Rightarrow \underbrace{(1000)^{25} \times 9 + 11}_{(۰/۲۵)} \equiv (-1)^{25} \times 9 + 11 \equiv 2 \pmod{25} \Rightarrow r = 2$ (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۲۱)	۰/۷۵
۶	$7x \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 7x \equiv 4 \times 5 + 1 \pmod{4} \Rightarrow 7x \equiv 21 \pmod{4} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{4} \Rightarrow x = 4k + 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 4k + 3$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۱۴ صفحه ۳۰)	۱
۷	الف) $N_G(c) = \{a, e, d\}$ (۰/۷۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶) (ب) رأس f و 5 (۰/۵) (مکمل گراف صفحه ۳۷) پ) $abecda$ (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸) (ت) خیر (۰/۲۵) (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹)	۲
۸	مجموعه احاطه گر مینیمم مجموعه احاطه گری است که کمترین تعداد عضو را دارد ولی مجموعه احاطه گر مینیمال مجموعه احاطه گری است که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه گر نیست و می تواند از مجموعه احاطه گر مینیمم بیشتر عضو داشته باشد. هر مورد (۰/۲۵)	۱
۹	$D = \{a, c, i, d\}$ (۱) (در صورتی که مجموعه های مشابه که ویژگی مسأله را داشت، نوشتند، نمره داده شود.) (سوال ۴ صفحه ۴۶)	۱
۱۰	طبق قضیه داریم $\gamma(G) = 2 \leq \left\lfloor \frac{10}{4+1} \right\rfloor$ (۰/۵) از طرفی مجموعه $D = \{e, j\}$ یک مجموعه احاطه گر است. (۰/۵) لذا $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵) . بنابراین $\gamma(G) = 2$ (ب سوال ۳ صفحه ۵۲)	۱/۵
۱۱	الف)  (۰/۷۵) (ب)  (۰/۷۵) (سوال ۸ صفحه ۵۳)	۱/۵
۱۲	الف) $6! \times 2!$ (۰/۵) (ب) $2! \times 7!$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۵۶)	۱
۱۳	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$, $x_1 \geq 1$, $x_2 > 3$, $x_6 = 1$ (۰/۵) $y_1 = x_1 - 1$, $y_1 \geq 0$ (۰/۲۵) , $y_2 = x_2 - 4$, $y_2 \geq 0$ (۰/۲۵) $y_1 + 1 + x_2 + x_3 + y_2 + 4 + x_5 + 1 = 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_1 + x_2 + x_3 + y_2 + x_5 = 6$ (۰/۲۵) $\Rightarrow C = \binom{10}{4}$ (۰/۵) (مشابه سوال ۸ صفحه ۷۱)	۲

ادامه پاسخها در صفحه دوم

کتاب آردمند: فرزانگی باطنی و معجزات عادل خانی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{matrix} \Rightarrow B = \begin{matrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 21 & 33 & 12 \\ 12 & 21 & 33 \\ 33 & 12 & 21 \end{matrix}$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)</p> <p>متعامد نیستند. زیرا در مربع آخر عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۵)</p> <p>(مشابه سوال ۱۳ صفحه ۷۲)</p>	۱/۵
۱۵	$ F = 15, V = 11, B = 9, F \cap V = 5, B \cap V = 6, F \cap B = 3$ $ F \cap B \cap V = 3$ <p>فقط فوتبال بازی کنند. $= F - F \cap V - F \cap B + F \cap B \cap V = 15 - 5 - 3 + 3 = 10$ (۰/۵)</p> <p>فقط والیبال بازی کنند. $= V - F \cap V - V \cap B + F \cap B \cap V = 11 - 5 - 6 + 3 = 3$ (۰/۵)</p> <p>فقط بسکتبال بازی کنند. $= B - F \cap B - V \cap B + F \cap B \cap V = 9 - 3 - 6 + 3 = 3$ (۰/۵)</p> $\Rightarrow \text{ج} = 10 + 3 + 3 = 16 \quad (۰/۲۵)$ <p>(ت سوال ۳ صفحه ۸۳)</p>	۱/۷۵
۱۶	<p>الف) $3^4 - (3 \times 2^4 - 3) = 36$ (مثال صفحه ۷۷) (۰/۵)</p> <p>ب) $\frac{8!}{4!} = 1680$ (مثال صفحه ۷۸) (۰/۵)</p>	۱
۱۷	$k + 1 = 5 \Rightarrow k = 4 \quad (۰/۲۵), \quad kn + 1 = 54 \Rightarrow 4n = 53 \quad (۰/۲۵), \quad n = \left\lfloor \frac{53}{4} \right\rfloor = 13 \quad (۰/۲۵)$ <p>(سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۸۲)</p>	۰/۷۵
	جمع نمره	۲۰

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

کتابخانه و مرکز منابع آموزشی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	ثابت کنید حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱
۲	درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a b$ و m, n دو عدد طبیعی باشند که $m \leq n$ ، آن گاه $a^m b^n$. ب) اگر $a b$ آن گاه $(a, b) = a$. پ) اگر $a \equiv b^m$ باشد، آن گاه باقی مانده های تقسیم دو عدد a و b بر m مساوی اند. ت) منظور از حل معادله هم نهشتی، پیدا کردن همه جواب های حقیقی است که در معادله $ax \equiv b^m$ صدق کند.	۱
۳	اگر $a > 1$ ، $a 4+9k$ و $a 5k+3$ ، ثابت کنید a عددی اول است.	۱
۴	اگر a عددی صحیح و دلخواه باشد، ثابت کنید همواره یکی از اعداد صحیح a یا $a+2$ یا $a+4$ بر ۳ بخش پذیر است.	۱/۵
۵	اگر دو عدد $(5-2a)$ و $(4a-7)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(9a+6)$ را به دست آورید.	۱
۶	معادله سیاله $18 = 5x + 2y$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۱/۵
۷	با توجه به گراف G (شکل مقابل)، به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مسیر به طول ۳ از a به c بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. پ) درجه رأس a در گراف G را تعیین کنید. ت) آیا گراف G همبند است؟ دلیل ارائه کنید. ث) $N_G(f)$ را معین کنید.	۲/۲۵
۸	گراف G ، ۳-منتظم است و اندازه آن ۳ واحد کمتر از ۲ برابر تعداد رأس های گراف است. مرتبه گراف را به دست آورده و گراف G را رسم کنید.	۱/۲۵
۹	عدد احاطه گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۵
۱۰	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.	۱
۱۱	می خواهیم ۲۰ نفر را به ۴ گروه ۵ نفره تقسیم کنیم. به چند طریق این کار امکان پذیر است؟	۱
۱۲	کوتاه پاسخ دهید. علی و حسین و ۵ نفر دیگر را به چند طریق می توان در یک صف کنار هم قرار داد، به طوری که: الف) علی و حسین کنار هم باشند. ب) ابتدا و انتهای صف علی و حسین ایستاده باشند.	۱

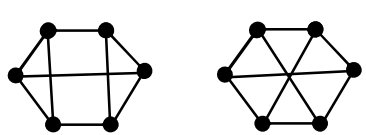
«بقیه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۳	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 15$ چند جواب صحیح نامنفی دارد به شرط آن که $x_1 > 2$ و $x_4 \geq 4$ باشد؟	۱/۵
۱۴	الف) تمام مربع های لاتین 2×2 را بنویسید. ب) آیا دو مربع لاتین 2×2 متعامد وجود دارد؟ دلیل بیاورید.	۱/۲۵
۱۵	در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ ($1 \leq n \leq 200$) چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر باشند ولی بر ۷ بخش پذیر <u>نباشند</u> ؟	۱/۵
۱۶	حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آن ها روز تولدشان در هفته، یکسان است؟	۰/۷۵
	" موفق باشید "	جمع نمره ۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	فرض کنیم r یک عدد گویا و x یک عدد گنگ است. نشان می‌دهیم که $r + x$ یک عدد گنگ است. فرض خلف: فرض کنیم $r + x$ گویا باشد. $(0/25)$ می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا عددی گویا است. پس $(0/25) r + x - r \in Q$ یعنی $x \in Q$ $(0/25)$ و این با فرض گنگ بودن x تناقض دارد. پس فرض خلف باطل و حکم اثبات می‌شود. $(0/25)$ (مثال صفحه ۵)	۱
۲	الف) درست $(0/25)$ (تمرین ۸ صفحه ۱۶) پ) درست $(0/25)$ (تمرین ۶ صفحه ۲۹) ب) نادرست $(0/25)$ (کار در کلاس صفحه ۱۳) ت) نادرست $(0/25)$ (تعریف صفحه ۲۴)	۱
۳	$(0/25) a 27 - 20 \Rightarrow a 7 \xrightarrow{a>1} a = 7 \in P$ $(0/25)$ $(0/25) a 9(5k+3) - 5(9k+4) \Rightarrow a 27 - 20$ (مشابه مثال صفحه ۱۲)	۱
۴	طبق الگوریتم تقسیم داریم: $a = 3k$ که بر ۳ بخش پذیر است. $(0/25)$ یا $(0/25) a = 3k + 1 \Rightarrow a + 2 = 3(k+1)$ یا $(0/25) a = 3k + 2 \Rightarrow a + 4 = 3(k+2)$ که در هر دو مورد بر ۳ بخش پذیر هستند. $(0/25)$ (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۵)	۱/۵
۵	$(0/25) r = 4 \Rightarrow 9a + 6 \equiv 24 \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{5}$ $(0/25)$ $(0/25) 4a - 7 \equiv 3a - 5 \pmod{5} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{5}$ (سوال ۱۰ صفحه ۲۹)	۱
۶	$(0/25) 2y \equiv 18 \xrightarrow{(2,5)=1} y \equiv 9 \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow y = 5k + 4$ $(0/25)$ $(0/25) 5x + 2(5k + 4) = 18 \Rightarrow 5x + 10k + 8 = 18 \Rightarrow 5x = 10 - 10k \Rightarrow x = -2k + 2$ $(0/25)$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹)	۱/۵
۷	الف) $abgc$ $(0/5)$ (تعریف مسیر صفحه ۳۸) پ) ۵ $(0/25)$ (مسئله صفحه ۳۸) ب) $bc d g b$ $(0/5)$ (تعریف دور صفحه ۳۸) ت) خیر $(0/25)$ زیرا دارای رأس ایزوله است هیچ مسیری به سایر رئوس وجود ندارد. $(0/5)$ (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹) ث) $N_G(f) = \{ \}$ $(0/25)$ (مشابه مثال صفحه ۳۶)	۲/۲۵
۸	$(0/25) q = 2p - 3 \Rightarrow \frac{3p}{2} = 2p - 3 \Rightarrow p = 6$ $(0/25)$ به یکی از دو گراف زیر $(0/5)$ داده شود.  (مفهوم گراف منتظم صفحه ۳۵ و مشابه سوال ۶ صفحه ۴۲)	۱/۲۵
۹	طبق قضیه داریم $\gamma(G) = 2 \leq \left\lfloor \frac{\gamma}{4+1} \right\rfloor = 2$ $(0/5)$ از طرفی مجموعه $D = \{b, e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. $(0/5)$ لذا $\gamma(G) \leq 2$ $(0/25)$. بنابراین $\gamma(G) = 2$ $(0/25)$. (مشابه فعالیت صفحه ۵۰)	۱/۵
۱۰	$D = \{a, e, c, h\}$ (۱) (در صورتی که مجموعه‌های مشابه که ویژگی مسئله را داشت، نوشتند، نمره داده شود.) (مشابه سوال ۴ کار در کلاس صفحه ۴۶)	۱
۱۱	در صورتی که جواب را به فرم $\frac{20!}{5! \times 5! \times 5! \times 5!}$ هم نوشتند، نمره داده شود. (مثال صفحه ۵۹) $\binom{20}{5} \binom{15}{5} \binom{10}{5} \binom{5}{5}$ $(0/25)$ $(0/25)$ $(0/25)$ $(0/25)$	۱
۱۲	الف) $6! \times 2!$ $(0/5)$ ب) $2! \times 5!$ $(0/5)$ (مشابه مثال صفحه ۵۷)	۱

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			
۱۳	$y_1 = x_1 - 3, y_1 \geq 0$ (۰/۲۵) , $y_4 = x_4 - 4, y_4 \geq 0$ (۰/۲۵) $y_1 + 3 + x_7 + x_8 + y_4 + 4 + x_5 = 15$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_1 + x_7 + x_8 + y_4 + x_5 = 8$ (۰/۲۵) $\Rightarrow z = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix}$ (۰/۵) (مشابه سوال ۹ صفحه ۷۱)		
۱۴	الف) دو نوع مربع لاتین مرتبه ۲ داریم. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵) ب) $\begin{pmatrix} 12 & 21 \\ 21 & 12 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵) متعامد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالاعدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵) (سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۶۶)		
۱۵	$A = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 4k\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow A = \left\lfloor \frac{200}{4} \right\rfloor = 50$ (۰/۲۵) , $B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 7k\}$ (۰/۲۵) $A \cap B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 28k\}$ $\Rightarrow A \cap B = \left\lfloor \frac{200}{28} \right\rfloor = 7$ (۰/۲۵) $ A \cap B' = A - A \cap B $ (۰/۲۵) $= 50 - 7 = 43$ (۰/۲۵) (سوال ۲ صفحه ۸۳)		
۱۶	$k+1=20 \Rightarrow k=19$ (۰/۲۵) , $kn+1=19 \times 7+1=134$ (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۸۲)		
۲۰	جمع نمره		

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۱۰ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی (گنگ، گویا) است. ب) اگر برای دو عدد صحیح a و b داشته باشیم $a b$ ، برای هر $m \in \mathbb{Z}$ داریم: $(a mb, ma b)$. پ) اگر $a b$ آن گاه ب.م.م دو عدد a و b برابر با (a, a) است. ت) اگر $ac \equiv bc$ و $(c, m) = d$ آن گاه رابطه $(a \equiv b, a \equiv b)$ برقرار خواهد بود.	۱
۲	اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha - \beta$ گنگ است.	۱/۵
۳	ثابت کنید باقی مانده تقسیم مربع هر عدد فرد بر ۸، برابر یک است.	۱/۵
۴	اگر در تقسیم، مقسوم و مقسوم علیه، هر دو بر عدد صحیح n بخش پذیر باشند، ثابت کنید باقی مانده تقسیم نیز همواره بر n بخش پذیر است.	۱/۲۵
۵	معادله سیاله $6x + 7y = 185$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۱/۷۵
۶	با توجه به گراف G (شکل مقابل) به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) مقدار $q - \Delta(G)$ را بیابید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. پ) با ذکر دلیل مشخص کنید گراف مکمل G چند یال دارد؟	۰/۷۵ ۰/۵ ۰/۷۵
۷	درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) هر مجموعه احاطه گر مینیمال، یک مجموعه احاطه گر مینیمم است. ب) اگر G یک گراف n رأسی با ماکزیمم درجه Δ باشد آن گاه $\gamma(G) > \left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$. پ) در گراف P_n عدد احاطه گری برابر با $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ است. ت) $\lceil 3/48 \rceil = 4$.	۱
۸	عدد احاطه گری گراف G (شکل مقابل) را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۵
۹	گراف C_{10} را رسم کنید. الف) یک γ -مجموعه از آن را مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی از آن را تعیین نمایید.	۱/۵

«بقیه سؤالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۱۰ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
۱۰	می‌خواهیم با حروف «ش»، «الف» و «ت» و «۵» عدد ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ یک رمز شامل ۸ کاراکتر تشکیل دهیم، مطلوب است، تعداد کل رمزهایی که در هر یک از آن‌ها حروف کنار هم باشند.	۰/۵
۱۱	با حروف کلمه <u>جیرجیرک</u> چند کلمه ۷ حرفی می‌توان نوشت؟	۱
۱۲	به چند طریق می‌توان از بین ۶ نوع گل متفاوت، ۱۰ شاخه گل انتخاب کرد به طوری که از گل نوع سوم حداقل ۴ شاخه و از نوع ششم بیش از ۲ شاخه انتخاب کنیم؟	۱/۷۵
۱۳	در مربع لاتین A (شکل زیر) جای سطر اول و سوم را با هم جابه‌جا کنید تا مربع لاتین B ایجاد شود. سپس با ذکر دلیل بررسی کنید آیا A و B دو مربع لاتین متعامد هستند؟	۱/۲۵
	$A = \begin{matrix} & ۲ & ۳ & ۱ \\ ۳ & ۱ & ۲ & \\ ۱ & ۲ & ۳ & \end{matrix}$	
۱۴	از بین اعداد طبیعی ۱ تا ۳۰۰، $(1 \leq n \leq 300)$ چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر است ولی بر ۵ بخش پذیر نیست؟	۱/۵
۱۵	ثابت کنید در بین هر سه عدد طبیعی، حداقل دو عدد طبیعی وجود دارد که مجموعشان عددی زوج است؟	۱
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) گنگ (۰/۲۵) (مثال صفحه ۵) ب) $a \mid mb$ (۰/۲۵) (ویژگی ۱ صفحه ۱۰) پ) $ a $ (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۱۳) ت) $a \equiv b$ (۰/۲۵) (ویژگی ۷ صفحه ۲۲)	۱
۲	فرض خلف: فرض کنیم $\alpha - \beta$ گویا باشد. (۰/۲۵) می دانیم جمع دو عدد گویا عددی گویا است. پس $(\alpha + \beta) + (\alpha - \beta) \in \mathbb{Q}$ یعنی $2\alpha \in \mathbb{Q}$ (۰/۲۵). در نتیجه $\alpha \in \mathbb{Q}$ (۰/۲۵) و این با فرض گنگ بودن α تناقض دارد. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل و حکم اثبات می شود. (۰/۲۵) (سوال ۳ صفحه ۸)	۱/۵
۳	$a = 2k + 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a^2 = 4k^2 + 4k + 1$ (۰/۲۵) $= 4k(k+1) + 1$ (۰/۲۵) $= 4 \times 2q + 1$ (۰/۲۵) $= 8q + 1$ (۰/۲۵) ضرب دو عدد صحیح متوالی $\Rightarrow r = 1$ (۰/۲۵) (مسئله ۳ صفحه ۱۵)	۱/۵
۴	$a = bq + r$, $0 \leq r < b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a - bq = r$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} n \mid a \\ n \mid b \end{cases}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow n \mid a - bq$ (۰/۲۵) $\Rightarrow n \mid r$ (۰/۲۵) (تمرین ۱۲ صفحه ۱۷)	۱/۲۵
۵	$6x \equiv 185 = 23 \times 7 + 24$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 6x \equiv 24$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{(6,7)=1} x \equiv 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 7k + 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 6(7k + 4) + 7y = 185$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y = -6k + 23$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۱۴ صفحه ۳۰)	۱/۷۵
۶	الف) $7 - 4 = 3$ (۰/۷۵) (مفهوم اندازه گراف صفحه ۳۵ و مفهوم ماکزیمم درجه صفحه ۳۷) ب) $abcd a$ یا $ad b c a$ (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸) پ) $q(\overline{G}) = 8$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 7 + q(\overline{G}) = 15$ (۰/۲۵) $\Rightarrow q(\overline{G}) = 8$ (۰/۲۵) (مسئله ۳ صفحه ۳۸)	۲
۷	الف) نادرست (۰/۲۵) (تعریف احاطه گر مینیمم صفحه ۴۴ و تعریف احاطه گر مینیمال صفحه ۴۶) ب) نادرست (۰/۲۵) (کادر بالای صفحه ۴۹) پ) درست (۰/۲۵) (تمرین ۵ صفحه ۵۳) ت) درست (۰/۲۵) (مفهوم سقف یک عدد در صفحه ۴۸)	۱
۸	طبق قضیه داریم $\gamma(G) \leq 3$ (۰/۵). از طرفی مجموعه $D = \{b, e, g\}$ یک مجموعه احاطه گر است. (۰/۵) لذا $\gamma(G) \leq 3$ (۰/۲۵). بنابراین $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵). (مشابه کار در کلاس صفحه ۵۰)	۱/۵

ادامه پاسخها در صفحه دوم

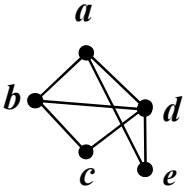
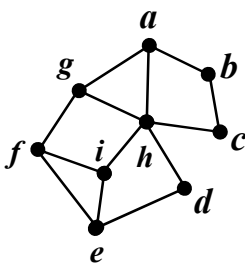
راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	<p>رسم نمودار (۰/۲۵)</p> <p>الف) $D = \{1, 4, 7, 10\}$ (۰/۵) (به گاما مجموعه های درست دیگر نیز نمره داده شود.)</p> <p>ب) $D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ (۰/۷۵) (به مجموعه های احاطه گر مینیمال درست دیگر نیز نمره داده شود.)</p> <p>(مشابه سوال ۱۱ صفحه ۵۴)</p>	۱/۵
۱۰	$6! \times 3!$ (۰/۵)	۰/۵ (مشابه مثال صفحه ۵۶)
۱۱	$\frac{7!}{2! \times 2! \times 2!}$ (۱)	۱ (مشابه مثال صفحه ۵۸)
۱۲	<p>$x_1 + x_r + x_f + x_d + x_e = 10$ (۰/۲۵)</p> <p>$x_r \geq 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_r = x_r - 4, y_r \geq 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$x_e > 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_e = x_e - 3, y_e \geq 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$x_1 + x_r + y_r + 4 + x_f + x_d + y_e + 3 = 10$ (۰/۲۵)</p> <p>$\Rightarrow x_1 + x_r + y_r + x_f + x_d + y_e = 3 \Rightarrow C = \binom{8}{5}$ (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه سوال ۸ صفحه ۷۱)</p>	۱/۷۵
۱۳	<p>$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 12 & 23 & 31 \\ 33 & 11 & 22 \\ 21 & 32 & 13 \end{bmatrix}$</p> <p>(۰/۲۵) (۰/۵)</p> <p>(مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۷۲)</p> <p>متعامدند. (۰/۲۵) زیرا در مربع آخر هیچ عدد ۲ رقمی تکراری وجود ندارد. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۱۴	<p>$A = \{1 \leq n \leq 300 \mid n = 4k \ (k \in N)\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow A = \left[\frac{300}{4} \right] = 75$ (۰/۲۵)</p> <p>$B = \{1 \leq n \leq 300 \mid n = 5k \ (k \in N)\}$</p> <p>$A \cap B = \{1 \leq n \leq 300 \mid n = 20k \ (k \in N)\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow A \cap B = \left[\frac{300}{20} \right] = 15$ (۰/۲۵)</p> <p>$A \cap B' = A - A \cap B$ (۰/۲۵) $= 75 - 15 = 60$ (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه سوال ۲ صفحه ۸۳)</p>	۱/۵
۱۵	<p>برای این که مجموع دو عدد زوج باشد، هر دو عدد یا باید زوج باشند و یا هر دو فرد. (۰/۲۵) بنابراین تعداد لانه ها برابر ۲ (۰/۲۵) و تعداد کبوترها ۳ است. (۰/۲۵) طبق اصل لانه کبوتری حداقل یک لانه وجود دارد که دو کبوتر در آن قرار می گیرد. یعنی حداقل دو عدد طبیعی از بین سه عدد وجود دارد که مجموعشان زوج خواهد شد. (۰/۲۵) (سوال ۱۱ صفحه ۸۳)</p>	۱
۲۰	جمع نمره	

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است).
------	---

۱	<p>درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر $a b$ و $b \neq 0$، در این صورت $a > b$.</p> <p>ب) برای دو عدد صحیح و ناصفر a و b اگر $(a c, b c)$ و $(\forall m > 0, a m, b m \Rightarrow c \leq m)$ آن گاه $[a, b] = c$.</p> <p>پ) برای هر دو عدد صحیح a و b و عدد طبیعی m، اگر باقی مانده تقسیم a بر m مساوی r باشد، در این صورت $a \equiv r^m$.</p> <p>ت) بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۴ و ۲- برابر ۲- است.</p>
۲	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی زوج n ، $n^2 - 5n + 7$ عددی فرد است.
۳	اگر عددی مانند k در Z باشد، به طوری که $5 4k + 1$ ، ثابت کنید $25 16k^2 + 28k + 6$.
۴	باقی مانده تقسیم عدد $A = 27^{20} + 18$ را بر ۱۳ بیابید.
۵	اگر در یک سال، اول مهر شنبه باشد، در این صورت ۱۲ بهمن در همان سال چه روزی است؟
۶	<p>جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر درجه یک رأس فرد باشد، آن را رأس می نامیم.</p> <p>ب) گرافی را که تمام رئوس آن تنها باشد، هیچ یالی نداشته باشد، گراف می نامیم.</p> <p>پ) تعداد یال های گراف K_4، برابر با است.</p> <p>ت) گراف G را می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد.</p>
۷	<p>به سؤالات زیر کوتاه پاسخ دهید.</p> <p>الف) گراف C_7 را رسم کنید. سپس یک مسیر به طول ۵ بنویسید.</p> <p>ب) در گراف شکل زیر، $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید.</p> 
۸	<p>الف) مجموعه احاطه گر مینیمال را تعریف کنید.</p> <p>ب) برای گراف شکل روبه رو، یک مجموعه احاطه گر با ۴ عضو انتخاب کنید.</p> 

ادامه سؤالات در صفحه دوم

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است).	نمره
------	---	------

۱/۲۵		۹	عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.
۱		۱۰	ابتدا گراف P_4 را رسم کنید. سپس یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم از آن را مشخص کنید.
۱/۵		۱۱	گراف شکل مقابل را در نظر بگیرید. الف) یک γ - مجموعه مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.
۱		۱۲	۶ کتاب متفاوت تاریخ و ۵ کتاب متفاوت ادبیات را به چند طریق می‌توان در یک ردیف کنار هم چید به طوری که: الف) کتاب‌های تاریخ همواره کنار هم باشند. ب) به صورت یک در میان قرار بگیرند.
۱		۱۳	با ارقام ۱، ۱، ۱، ۳، ۳، ۵، ۶، ۷، ۹ چند عدد ۹ رقمی می‌توان نوشت؟
۱/۵		۱۴	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_3 = 4$ و $x_5 > 2$ باشد؟
۲		۱۵	الف) مربع لاتین A را در نظر بگیرید. با اعمال جایگشت $1 \rightarrow 3$ $2 \rightarrow 2$ $3 \rightarrow 4$ $4 \rightarrow 1$ مربع لاتین B را به دست آورید. ب) آیا دو مربع لاتین A و B متعامدند؟ دلیل بیاورید.
۱/۲۵		۱۶	به چند طریق می‌توان ۵ سیب را بین ۳ نفر توزیع کرد، به طوری که هر نفر حداقل یک سیب داشته باشد؟
۱/۲۵		۱۷	ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش‌آموز مشغول تحصیل باشند، لاقلاً ۷ نفر از آن‌ها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.
۲۰	جمع نمره		"موفق باشید"

گروه آرزو: فرزانه بابایی و محمدرضا عادل خانی


راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه															
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸																	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir																	
ردیف	راهنمای تصحیح																				
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (ویژگی ۴ صفحه ۱۱)	ب) درست (۰/۲۵) (تعریف ک.م.م صفحه ۱۳)	پ) درست (۰/۲۵) (تذکر مهم صفحه ۲۱)	ت) نادرست (۰/۲۵) (مثال صفحه ۱۳)																	
۲	(مثال صفحه ۴) $n = 2k \Rightarrow n^2 - 5n + 7 = \underbrace{4k^2 - 10k + 6 + 1}_{(0/5)} = \underbrace{2(2k^2 - 5k + 3) + 1}_{(0/25)} = \underbrace{2q + 1}_{(0/25)}$																				
۳	(سوال ۴ صفحه ۱۶) $\begin{aligned} 5 4k+1 &\Rightarrow 25 16k^2 + 8k + 1 \quad (0/25) \quad \xrightarrow{+} \quad 25 16k^2 + 28k + 6 \quad (0/25) \\ 5 4k+1 &\Rightarrow 25 20k + 5 \quad (0/25) \end{aligned}$																				
۴	۱ $27 = 13 \times 2 + 1 \Rightarrow 27 \equiv 1 \Rightarrow (27)^{13} \equiv 1 \quad (0/25), \quad 18 = 13 \times 1 + 5, \quad 18 \equiv 5 \quad (0/25)$ <p>(مشابه مثال صفحه ۲۱)</p> $\Rightarrow (27)^{20} + 18 \equiv 1 + 5 \quad (0/25) \Rightarrow r = 6 \quad (0/25)$																				
۵	۱/۲۵ فاصله امهر تا ۱۲ بهمن برابر است با: ۲۹ روز در مهر ماه و سه ماه آبان، آذر و دی و ۱۲ روز تا ۱۲ بهمن، یعنی $131 = 12 + 3 \times 30 + 29 \quad (0/5) \quad \text{از طرفی } 131 \equiv 5 \quad (0/25) \quad \text{بنابراین طبق جدول زیر ۱۲ بهمن پنجشنبه است.} \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>ش</td> <td>ی</td> <td>د</td> <td>س</td> <td>چ</td> <td>پ</td> <td>ج</td> </tr> <tr> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>۶</td> </tr> </table> <p>(قسمت ۱ فعالیت صفحه ۲۴)</p>							ش	ی	د	س	چ	پ	ج	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
ش	ی	د	س	چ	پ	ج															
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶															
۶	۱ الف) فرد (۰/۲۵) (درجه یک رأس صفحه ۳۵) ب) تهی (۰/۲۵) (تعریف گراف تهی صفحه ۳۵) پ) ۶ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۴۰) ت) همبند (۰/۲۵) (تعریف همبندی صفحه ۳۹)																				
۷	۱ الف) رسم گراف (۰/۲۵). مسیری: $abcdef$ (۰/۲۵) (به سایر مسیره‌های درست، نمره داده شود). ب) $N_G(c) = \{b, d\}$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶)																				
۸	۱/۲۵ الف) یک مجموعه احاطه‌گر را که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه‌گر نباشد را احاطه‌گر مینیمال می‌نامیم. (۰/۷۵) (تعریف صفحه ۴۶) ب) $D = \{h, b, i, a\}$ (به سایر مجموعه‌های احاطه‌گر صحیح، نمره داده شود). (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۴۵)																				
۹	۱/۲۵ برای احاطه کردن رئوس a, b, c, d, g حداقل دو تا از آن‌ها باید در مجموعه احاطه‌گر باشند، زیرا $\left\lfloor \frac{5}{3+1} \right\rfloor = 2$ (۰/۲۵). برای احاطه کردن رئوس h, f, e حداقل یکی از آن‌ها باید انتخاب شوند، زیرا، $\left\lfloor \frac{3}{3+1} \right\rfloor = 1$ (۰/۲۵). بنابراین حداقل سه رأس باید در هر مجموعه احاطه‌گری از گراف باشد یعنی $\gamma(G) \geq 3$ (۰/۲۵). از طرفی مجموعه $D = \{a, c, e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. لذا $\gamma(G) \leq 3$ (۰/۲۵). بنابراین $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵). (فعالیت صفحه ۵۰)																				

گردد آورنده: فرانک باغی و مصدرا عادل خانی

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۰	رسم گراف (۰/۵). تعریف گراف P_n صفحه ۳۸ و مشابه مثال صفحه ۵۱	۱																																
	 $D = \{2, 5, 8\}$																																	
۱۱	الف) $D = \{h, c, e\}$ (۰/۵) ب) $D = \{g, c, i, e\}$ (۱) (در صورت ارائه مجموعه های مشابه با این ویژگی های نمره داده شود.)	۱/۵																																
۱۲	الف) $6! \times 6!$ (۰/۵) ب) $6! \times 5!$ (۰/۵)	۱																																
۱۳	الف) $\frac{9!}{3! \times 2!}$ (۱)	۱																																
۱۴	الف) $x_r = 4, x_\delta \geq 3 \Rightarrow x_\delta = y_\delta + 3$ (۰/۵) ب) $x_1 + x_r + 4 + x_f + 3 + y_\delta + x_e = 12$ (۰/۲۵) ج) $\Rightarrow x_1 + x_r + x_f + y_\delta + x_e = 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow C = \binom{9}{4}$ (۰/۵) (تمرین ۹ صفحه ۷۱)	۱/۵																																
۱۵	الف) $B =$ <table border="1" data-bbox="998 1123 1258 1312"> <tr><td>۴</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۴</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۴</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> ب) <table border="1" data-bbox="430 1123 690 1312"> <tr><td>۳۴</td><td>۴۱</td><td>۱۳</td><td>۲۲</td></tr> <tr><td>۲۲</td><td>۱۳</td><td>۴۱</td><td>۳۴</td></tr> <tr><td>۱۳</td><td>۲۲</td><td>۳۴</td><td>۴۱</td></tr> <tr><td>۴۱</td><td>۳۴</td><td>۲۲</td><td>۱۳</td></tr> </table> (مشابه کار در کلاس صفحه ۶۴) متعامد نیستند. زیرا در مربع بالا عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵) (مفهوم متعامد بودن صفحه ۶۴)	۴	۱	۳	۲	۲	۳	۱	۴	۳	۲	۴	۱	۱	۴	۲	۳	۳۴	۴۱	۱۳	۲۲	۲۲	۱۳	۴۱	۳۴	۱۳	۲۲	۳۴	۴۱	۴۱	۳۴	۲۲	۱۳	۲
۴	۱	۳	۲																															
۲	۳	۱	۴																															
۳	۲	۴	۱																															
۱	۴	۲	۳																															
۳۴	۴۱	۱۳	۲۲																															
۲۲	۱۳	۴۱	۳۴																															
۱۳	۲۲	۳۴	۴۱																															
۴۱	۳۴	۲۲	۱۳																															
۱۶	این سوال معادل با پیدا کردن تعداد توابع پوشایی است که از مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی می توان نوشت. $\binom{5}{3} - (\binom{3 \times 3}{3} - \binom{3}{3}) = 243 - 93 = 150$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۷۸)	۱/۲۵																																
۱۷	تعداد کبوترها = ۵۰۵ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها = تعداد روزهای هفته \times تعداد ماه های سال. $n = 7 \times 12 = 84$ (۰/۲۵) طبق تعمیم اصل لانه کبوتری: $kn + 1 \xrightarrow{n=84} 505 = k \times 84 + 1 \Rightarrow k = 6$ (۰/۲۵) $\Rightarrow k + 1 = 7$ (۰/۲۵) در این صورت لانه ای وجود دارد که لاقل ۷ کبوتر در آن قرار می گیرند. یعنی حداقل ۷ نفر از دانش آموزان روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. (۰/۲۵) (سوال ۹ صفحه ۸۳)	۱/۲۵																																
۲۰	جمع نمره																																	

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

گزارنده: فرزانه بابایی و محمدرضا عادل خانی

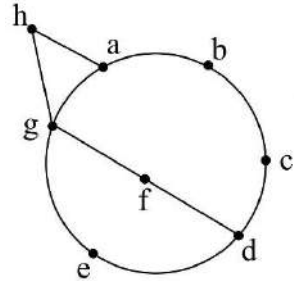
نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی - فیزیک	تعداد صفحه: ۲	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۰۶	ساعت شروع: ۸ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۱		

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است).	نمره
------	---	------

۱	هر یک از گزاره های زیر را اثبات و یا با ارائه مثال نقض کنید. الف) برای هر عدد طبیعی n ، عدد $2^n + 1$ اول است. ب) مربع هر عدد فرد، عددی فرد است.	۱
۱/۲۵	a_1, a_2, a_3 اعدادی صحیح هستند و b_1, b_2, b_3 هم همان اعداد ولی به ترتیب دیگری قرار گرفته اند. ثابت کنید $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ عددی زوج است.	۲
۰/۷۵	اگر عدد طبیعی a ، دو عدد $(\delta k + 9)$ و $(\lambda k + 13)$ را عاد کند، ثابت کنید: $a = 1$ یا $a = 7$.	۳
۱	اگر باقیمانده تقسیم عدد a بر دو عدد ۶ و ۷ به ترتیب ۳ و ۵ باشد، باقیمانده تقسیم عدد a بر ۴۲ بیابید.	۴
۱/۲۵	ثابت کنید باقیمانده تقسیم هر عدد بر ۹، برابر است با باقیمانده تقسیم مجموع ارقام آن عدد بر ۹.	۵
۱/۷۵	دانش آموزی در یک آزمون علمی شرکت کرده است، او به سؤالات ۵ امتیازی و ۳ امتیازی پاسخ داده و مجموعاً ۴۲ امتیاز کسب کرده است. (پاسخ به هر سؤال یا امتیاز کامل دارد و یا امتیازی ندارد). این دانش آموز به چه صورت هایی توانسته این امتیاز را کسب کند؟	۶
۲/۲۵	با توجه به گراف (G) (شکل مقابل) به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) یک مسیر به طول ۳ از a به c بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. پ) درجه رأس a را در گراف \bar{G} تعیین کنید. ت) آیا گراف G همبند است؟ (با ذکر دلیل) ث) $N_G[f]$ را بنویسید.	۷
۱	به سؤالات زیر پاسخ داده و برای آنها دلیل ارائه کنید. الف) یک گراف کامل ۱۱ رأسی چند یال دارد؟ ب) در یک گراف از مرتبه ۸ با $\Delta = 3$ ، حداقل چند رأس برای احاطه همه رئوس لازم است؟	۸
۱/۵	به سؤالات زیر پاسخ دهید: الف) گراف C_8 را رسم کنید. ب) یک γ - مجموعه از آن مشخص کنید. پ) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ - عضوی از آن را مشخص کنید.	۹
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی - فیزیک	تعداد صفحه: ۲	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۰۶	ساعت شروع: ۸ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۱	

نمره	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	ردیف
------	---	------

۱/۲۵	<p>با توجه به گراف (G) به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) عدد احاطه گری را برای گراف زیر مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.</p>  <p style="text-align: center;">(G)</p>	۱۰
۱	به چند طریق می توان ۴۵ دانش آموز را در چهار کلاس ۸ نفره، ۱۰ نفره، ۱۲ نفره و ۱۵ نفره در یک مدرسه قرار داد؟	۱۱
۱	برای کنار هم قرار گرفتن ۴ دانش آموز پایه دوازدهم و ۶ دانش آموز پایه یازدهم مسئله ای طرح کنید که پاسخ آن $4! \times 7!$ باشد.	۱۲
۱/۵	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله زیر را با شرایط داده شده به دست آورید. $x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 9$ ($x_i \geq 0$ و $1 \leq i \leq 4$ و $x_5 = 2$)	۱۳
۱/۲۵	دومربع لاتین متعامد 3×3 را بنویسید. (دلیل متعامد بودن آنها را بیان کنید).	۱۴
۱/۲۵	تعداد توابع یک به یک، از یک مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۷ عضوی را به دست آورید. (راه حل نوشته شود)	۱۵
۱	حداقل چند نقطه از داخل مثلثی متساوی الاضلاع به طول ضلع ۲، انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل دو نقطه از آنها فاصله شان کمتر از ۱ است؟	۱۶
۲۰	جمع نمره	" موفقی باشید "

کتاب آورنده: فرزانه باستانی و محمدرضا عادل خانی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۰۶	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست، مثال نقض $n=3$ (۰/۵) (مشابه کاردرکلاس صفحه ۳) ب) درست (۰/۲۵)، اثبات: $a = 2k + 1 \Rightarrow a^2 = (2k + 1)^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1 = 2k^2 + 1$ (۰/۲۵) (تمرین صفحه ۸)	۱
۲	اگر $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ زوج نباشد (فرض خلف) پس عددی فرد است، (۰/۲۵) پس هر سه عامل $(a_1 - b_1)$ و $(a_2 - b_2)$ و $(a_3 - b_3)$ هم باید فرد باشند، (۰/۲۵) در نتیجه مجموع آنها هم باید فرد باشد. (۰/۲۵) اما با توجه به فرض مسأله: مجموع این سه عبارت برابر صفر است که عددی زوج است، (۰/۲۵) با توجه به تناقض ایجاد شده، فرض خلف باطل و حکم ثابت می شود. (۰/۲۵) (مثال صفحه ۶)	۱/۲۵
۳	(مشابه مثال ۳ صفحه ۱۲) $a = 7$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = 7$ $\begin{cases} a 5k + 9 & a 40k + 72 & (0/25) \\ a 8k + 13 & a 40k + 65 & (0/25) \end{cases}$	۰/۷۵
۴	$a = 6q + 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 7a = 42q + 21$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = 42(q - q' - 1) + 33$ (۰/۲۵) $\Rightarrow r = 33$ (۰/۲۵) $a = 7q' + 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 6a = 42q' + 30$ (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۱۴)	۱
۵	عدد n رقمی $A = a_{n-1}a_{n-2} \dots a_0$ را بسط می دهیم (۰/۲۵) و در هم نهشتی به پیمانه ۹ به جای هر توان ۱۰ عدد را قرار می دهیم (۰/۲۵)، داریم: (فعالیت صفحه ۲۲). $A = 10^{n-1} \times a_{n-1} + \dots + 10^1 a_1 + 10^0 a_0 \Rightarrow A \equiv 1 \times a_{n-1} + \dots + 1 \times a_1 + a_0 \Rightarrow A \equiv a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۲۵
۶	$5x + 3y = 42 \Rightarrow 5x \equiv 42 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow x \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow x = 3k \Rightarrow 5(3k) + 3y = 42 \Rightarrow y = -5k + 14$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} x = 0 & (0/25) \\ y = 14 & (0/25) \end{cases} ; \begin{cases} x = 3 & (0/25) \\ y = 9 & (0/25) \end{cases} ; \begin{cases} x = 6 & (0/25) \\ y = 4 & (0/25) \end{cases}$ (مشابه مثال صفحه ۲۸)	۱/۷۵
۷	الف) $abgc$ (۰/۵) (تعریف مسیر صفحه ۳۸) (ب) $bc d g b$ (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸) پ) ۵ (۰/۲۵) (مسأله صفحه ۳۷) ت) خیر (۰/۲۵) زیرا دارای رأس ایزوله است (هیچ مسیری از f به سایر رئوس وجود ندارد). (۰/۲۵) (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹) ث) $N_G[f] = \{f\}$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶)	۲/۲۵
۸	الف) (مسئله ۱ صفحه ۳۸) $\frac{p(p-1)}{2} = \frac{11(11-1)}{2} = 55$ (۰/۵) ب) (صفحه ۴۹) $\left \frac{n}{\Delta+1} \right = \left \frac{8}{3+1} \right = 2$ (۰/۵)	۱

کود آوازنده، فرزانه بانایی و محمدرضا عادل خانی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۰۶	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

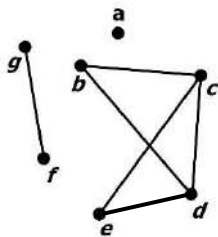
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																		
۹	الف) رسم گراف C_8 (۰/۵) (صفحه ۳۸) ب) $D = \{a, d, g\}$ (۰/۵) (تعریف صفحه ۴۴) پ) $\{a, c, e, g\}$: یک مجموعه احاطه گر مینیمال (۰/۵) (صفحه ۴۶)	۱/۵																		
۱۰	الف) $\{g, c\} \Rightarrow \gamma(G) = 2$ (۰/۵) (مشابه تمرین ۳ صفحه ۵۲) ب) $\{h, d, b\}$ (۰/۷۵) (صفحه ۴۶)	۱/۲۵																		
۱۱	در صورتی که جواب را به فرم $\frac{45!}{8! \times 10! \times 12! \times 15!}$ هم نوشتند، نمره داده شود. $\binom{45}{8} \times \binom{37}{10} \times \binom{27}{12} \times \binom{15}{15}$ (مثال صفحه ۵۹)	۱																		
۱۲	۴ دانش آموز پایه دوازدهم و ۶ دانش آموز پایه یازدهم را به چند طریق می توان در یک ردیف (کنار هم) قرار داد به طوری که همواره دانش آموزان پایه دوازدهم در کنار هم باشند. (نمره) (با توجه به باز پاسخ بودن سؤال، به پاسخ های صحیح دیگر نمره داده شود) (تمرین صفحه ۷۱)	۱																		
۱۳	$x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 + 2 = 9 \Rightarrow x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 = 7$ (۰/۲۵) $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 9$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \binom{9}{2} = 36$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 36 + 10 = 46$ (۰/۲۵) $x_2 = 1 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \binom{5}{2} = 10$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۹ صفحه ۷۱)	۱/۵																		
۱۴	الف) به هر کدام از مربع های لاتین مانند نمونه زیر (۰/۵) نمره . متعامدند چون در مربع ترکیبی عدد تکراری نداریم. (۰/۲۵) (صفحه ۶۴)	۱/۲۵																		
	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	
۱	۲	۳																		
۲	۳	۱																		
۳	۱	۲																		
۳	۱	۲																		
۲	۳	۱																		
۱	۲	۳																		
۱۵	اگر فرض کنیم $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ و $B = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_7\}$ (۰/۲۵)، برای تعریف f روی هر عضو A ، 7 انتخاب داریم (۰/۲۵)، بنابراین طبق اصل ضرب (۰/۲۵) تعداد کل تابع های یک به یک برابر است با $\frac{7!}{2!} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3$ (۰/۲۵) (اگر دانش آموزی از فرمول $(7)_5 = \frac{7!}{2!}$ پاسخ دهد نمره کامل داده شود). (مشابه مثال صفحه ۷۸)	۱/۲۵																		
۱۶	۵ نقطه را کبوتر (۰/۲۵) و ۴ مثلث کوچک را لانه (۰/۲۵) در نظر می گیریم. طبق اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) $(4 < 5)$ حداقل یک لانه (مثلث) وجود دارد که دو نقطه (کبوتر) در آن قرار می گیرد. (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۸۲)	۱																		
	جمع نمره	۲۰																		

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی - فیزیک
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید: الف) اگر x یک عدد گنگ باشد، $\frac{1}{x}$ نیز عددی گنگ است. ب) اگر $a b+c$ آنگاه $a b$ یا $a c$. پ) برای مقادیر حقیقی و نا صفر a و b به شرط آنکه $a+b \neq 0$ تساوی $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ برقرار است. ت) دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۶ وجود ندارد.	۱
۲	در جاهای خالی عبارت های مناسب بنویسید. الف) حاصل $([m^2, m], m^5)$ برابر با است. ب) اگر برای دو عدد صحیح و ناصفر a و b داشته باشیم $(a, b) = 1$ ، می گوئیم a و b هستند. پ) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از راس هایش دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر می نامیم. ت) تعداد یال های گراف K_7 برابر است.	۱
۳	گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید: « برای هر دو عدد حقیقی x و y داریم: $y^2 + 1 \geq -2x(y + x + 1)$ »	۱
۴	اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و دو عدد $(5m + 4)$ و $(6m + 5)$ بر a بخش پذیر باشند ثابت کنید $a = \pm 1$.	۱/۲۵
۵	اگر a و b عددی صحیح و فرد باشد و در این صورت باقیمانده تقسیم عدد $(a^2 + b^2 + 5)$ را بر ۸ بیابید.	۱
۶	باقی مانده تقسیم عدد $20! + 19! + 18! + 17! + 16! + 15! + 14! + 13! + 12! + 11! + 10! + 9! + 8! + 7! + 6! + 5! + 4! + 3! + 2! + 1!$ را بر ۱۵ بدست آورید. (! نماد فاکتوریل می باشد)	۱/۵
۷	معادله همنهشتی $4x \equiv 10 \pmod{6}$ را در صورت امکان حل کرده و مجموعه جواب آن به دست آورید.	۱
۸	در هر مورد، عبارت صحیح را از داخل پرانتز انتخاب کنید. الف) تعداد رئوس یک گراف را (اندازه، مرتبه) می نامیم. ب) گرافی را همبند می نامیم که بین هر دو رأس آن یک (مسیر، یال) وجود داشته باشد. پ) اگر G یک گراف n رأسی باشد، مقدار $q(G) + q(\bar{G})$ برابر با $(n(n-1), \frac{n(n-1)}{2})$ است. ت) گراف C_n تنها یک (دور، مسیر) n رأسی دارد.	۲
۹	گراف G (شکل مقابل) را در نظر بگیرید: الف) $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) دوری به طول ۴ بنویسید. پ) دو مسیر به طول ۳ با شروع از راس b بنویسید. ت) $N_G(f)$ را با اعضا مشخص کنید.	۱/۵



«ادامه سؤالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی - فیزیک
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

۱۰	عدد احاطه گری را برای گراف زیر مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.	
۱۱	یک گراف ۲-منتظم ۱۲ راسی بکشید که عدد احاطه گری آن کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
۱۲	می خواهیم ۸ نفر را که دو به دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم. اگر بخواهیم هر نفر روبه روی برادرش بنشیند، این کار را به چند روش می توان انجام داد؟	۱
۱۳	به چند روش می توان از بین ۵ نوع گل ۱۶ شاخه گل انتخاب کرد به طوریکه، از گل نوع سوم فقط ۳ شاخه و از گل نوع چهارم دست کم سه شاخه و از گل نوع پنجم بیش از چهار شاخه انتخاب کنیم؟	۱/۷۵
۱۴	قرار است سه مدرس T_1, T_2, T_3 در سه جلسه متوالی در سه کلاس C_1, C_2, C_3 به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند. برای این منظور، با استفاده از مربع لاتین، برنامه ریزی کنید.	۱/۲۵
۱۵	چند عضو از مجموعه $S = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 630\}$ نه بر ۳ و نه بر ۵ بخش پذیرند؟	۱/۵
۱۶	هفت نقطه درون مستطیلی به ابعاد ۴ و ۶ انتخاب می کنیم، ثابت کنید حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از $\sqrt{8}$ است.	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	"موفق باشید"

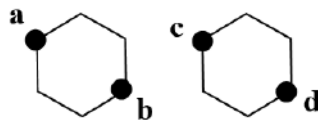
راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۴۰۱		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (صفحه) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) ت) درست (۰/۲۵)	۱
۲	الف) m^2 (۰/۲۵) ب) نسب به هم اول (۰/۲۵) (ص ۱۳) پ) مینیمال (۰/۲۵) (ص ۴۶) ت) ۲۱ (۰/۲۵) (ص ۳۸)	۱
۳	(ص ۷ و ۸) (۰/۲۵) این رابطه بازگشتی همواره بدیهی است $\Leftrightarrow (x+1)^2 + (x+y)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow y^2 + 1 \geq -2x(y+x+1)$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2xy + x^2 + 2x + 1 \geq 0$ (۰/۲۵)	۱
۴	(ص ۱۱) (۰/۲۵) $\Rightarrow a = \pm 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow a 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow a 5(6m+5) - 6(5m+4)$ (۰/۲۵) $\rightarrow a 6(5m+4)$ (ص ۱۱/۲۵)	۱/۲۵
۵	می دانیم مربع هر عدد فرد، به صورت $8k+1$ می باشد (۰/۲۵) $(k \in \mathbb{Z})$ پس داریم (ص ۱۶) $\begin{cases} a^2 = 8k+1 \\ b^2 = 8k'+1 \end{cases}$ $(0/25) \rightarrow a^2 + b^2 + 5 = 8k + 1 + 8k' + 1 + 5 = 8k'' + 7 \rightarrow r = 7$ (۰/۲۵)	۱
۶	میدانیم $1! \equiv 1$ و $2! \equiv 2$ و $3! \equiv 6$ و $4! \equiv 24$ و $5! \equiv 120$ و $6! \equiv 720$ و $7! \equiv 5040$ و $8! \equiv 40320$ و $9! \equiv 362880$ و $10! \equiv 3628800$ و $11! \equiv 39916800$ و $12! \equiv 479001600$ و $13! \equiv 6227020800$ و $14! \equiv 87178291200$ و $15! \equiv 1307674368000$ پس داریم (ص ۲۹) $1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 20! \equiv 1 + 2 + 6 + 24 + \dots + 20! \equiv 3$ (۰/۲۵)	۱/۵
۷	چون $20 \equiv (12, 8)$ معادله جواب دارد (۰/۲۵) (صفحه ۳۰) $4x \equiv 10 \rightarrow 4x \equiv 4$ (۰/۲۵) $\rightarrow x \equiv 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow x = 3k + 1$ (۰/۲۵)	۱
۸	الف) مرتبه (۰/۵) ب) مسیر (۰/۵) پ) $\frac{n(n-1)}{2}$ (۰/۵) ت) دور (۰/۵) (ص ۳۵ و ۳۸)	۲
۹	الف) $\delta(G) = 0, \Delta(G) = 3$ (۰/۵) ب) $cbcedb$ (۰/۲۵) پ) $bced$ یا $bdec$ یا $bdce$ دو مورد هر کدام (۰/۲۵) ت) $N_G(f) = \{g\}$ (ص ۴۱)	۱/۵
۱۰	روش اول می دانیم $\left \frac{n}{\Delta+1} \right \leq \gamma(G)$ پس داریم $\left[\frac{6}{5} \right] \leq \gamma(G)$ (۰/۲۵) بنابراین $2 \leq \gamma(G)$ و با توجه به $\{a, d\}$ داریم $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵) و لذا $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵) روش دیگر: این گراف با مجموعه دو عضوی $\{a, d\}$ احاطه می شود. پس عدد احاطه گری این گراف کوچکتر یا مساوی ۲ است یعنی $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵). اما اگر $\gamma(G) = 1$ یعنی گراف یک رأس دارد که تمام رئوس را احاطه می کند یعنی رأس از درجه ۵ باید در گراف وجود داشته باشد که چنین رأسی وجود ندارد. (۰/۲۵) و لذا $\gamma(G) > 1$ (۰/۲۵) بنابراین $1 < \gamma(G) \leq 2$ و لذا $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵). (ص ۳۹)	۱

«ادامه در صفحه ۲»

کتاب آرازمده: فزانه باطنی و محسوسات عادل خانی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۴۰۱		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

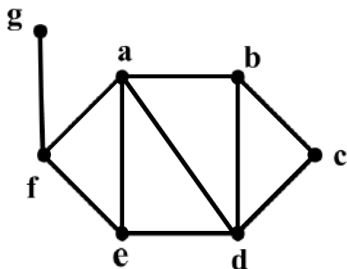
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره									
۱۱	<p>رسم شکل با مشخص کردن نقاط احاطه گری آن (انمره)</p>  <p>a b c d</p> <p>(ص ۵۳)</p> <p>(به شکل های دیگر نیز نمره داده شود). مانند: $\triangle \triangle \triangle \triangle$</p>	۱									
۱۲	<p>(۰/۷۵)</p> <p>$4! \times 2^4 = 384$ (۰/۲۵) (ص ۷۱)</p>	۱									
۱۳	<p>$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 16 \quad x_3 = 3 \quad x_4 \geq 3, x_5 \geq 5$ (۰/۵) $\xrightarrow{x_2=3, x_4=y_2+3, x_5=y_5+5}$</p> <p>$x_1 + x_2 + 3 + y_2 + 3 + y_5 + 5 = 16$ (۰/۲۵) $x_1 + x_2 + y_2 + y_5 = 5 \quad x_i \geq 0, y_i \geq 0$ (۰/۲۵) \rightarrow</p> <p>$\binom{5+4-1}{4-1} = 56$ (۰/۷۵) (ص ۷۱)</p>	۱/۷۵									
۱۴	<p>فرض کنیم هر سطر نشان دهنده هر کلاس و اعداد ۱، ۲، ۳ در مربع لاتین نمایانگر مدرس های حاضر در کلاس باشند.</p> <p>(۰/۲۵) طبق مربع لاتین 3×3 زیر هر مدرس در هر جلسه در یک کلاس حاضر می شود و در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس دارد. (۰/۲۵) (ص ۶۲)</p> <table border="1" data-bbox="183 1097 367 1254"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <p>(۰/۷۵)</p>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱/۲۵
۱	۲	۳									
۳	۱	۲									
۲	۳	۱									
۱۵	<p>$\overline{A \cup B} = s - A \cup B = s - A - B + A \cap B$ (۰/۲۵)</p> <p>$s = 630$ (۰/۲۵), $A = 210$ (۰/۲۵), $B = 126$ (۰/۲۵), $A \cap B = 42$ (۰/۲۵) (ص ۸۳)</p> <p>$\Rightarrow \overline{A \cup B} = 336$ (۰/۲۵)</p>	۱/۵									
۱۶	<p>ابتدا مستطیل مورد نظر را به ۶ مربع به ضلع ۲ تقسیم می کنیم و هر قسمت را یک لانه فرض می کنیم و هفت نقطه را هفت کبوتر در نظر می گیریم (۰/۲۵) طبق اصل لانه کبوتری دست کم یک لانه وجود دارد که شامل دو کبوتر است</p> <p>(۰/۲۵) با توجه به قضیه فیثاغورس داریم:</p> <p>$AB^2 = AC^2 + BC^2 \rightarrow AB^2 < 2^2 + 2^2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow AB^2 < 8$ (۰/۲۵) $\Rightarrow AB < \sqrt{8}$ (۰/۲۵)</p> <p>(ص ۸۴)</p>	۱/۲۵									
۲۰	جمع نمره										

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

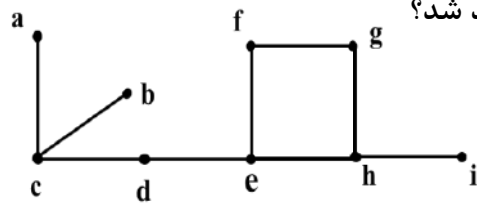
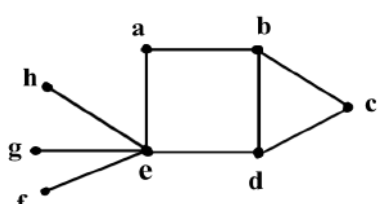
۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) حاصل $(3m+2, 3m+1)$ برابر ۱ می باشد. ج) تعداد رئوس فرد هر گراف، عددی فرد است. د) عدد احاطه‌گری P_1 برابر عدد ۳ است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) در یک گراف از مرتبه p ، اگر $\chi(G) = 1$ باشد، در این صورت حداقل تعداد یالها برابر است. ب) در یک مربع لاتین چرخشی 4×4 مجموع درایه های روی قطر اصلی برابر است. ج) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۵ عضوی برابر است.	۱/۵
۳	اگر x, y و z سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید: $x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2$	۰/۷۵
۴	اگر $a \mid m+7$ و $a \mid 2m+3$ در این صورت چند مقدار صحیح و نامنفی برای a وجود دارد؟	۱
۵	باقی مانده تقسیم a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب برابر ۳ و ۴ می باشد، باقی مانده تقسیم a بر ۲۰ را محاسبه کنید. (با راه حل)	۱/۵
۶	در معادله سیاله $15x + 19y = 7$ ، بزرگترین عدد ۲ رقمی طبیعی که می توان برای x در نظر گرفت چه مقداری می باشد؟ (با راه حل)	۱/۲۵
۷	به گراف ۸ رأسی ۳-منتظم چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟ (با راه حل)	۱
۸	گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مجموعه $N_G(g)$ را بنویسید. ب) یک دور به طول ۵ با شروع از رأس a بنویسید. ج) درجه رأس c در گراف \bar{G} (مکمل گراف G) را مشخص کنید.	۰/۷۵



«بقیه سوالات در صفحه دوم»

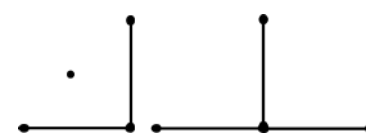
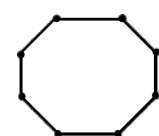
سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

۹	گراف زیر را در نظر بگیرید. الف) یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال با ۴ عضو بنویسید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید. ج) با اضافه کردن چه یالی به گراف، عدد احاطه گری گراف ۲ خواهد شد؟	۱/۵
		
۱۰	الف) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه گری ۳ رسم کنید که <u>یک</u> مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۳ داشته باشد. ب) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه گری ۳ رسم کنید که <u>بیش از یک</u> مجموعه احاطه گر با اندازه ۳ داشته باشد.	۱
۱۱	الف) عدد احاطه گری گراف مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید. ب) این گراف چند γ -مجموعه دارد؟	۱/۷۵
		
۱۲	اگر داشته باشیم $A = \{۷, ۸, ۹\}$ و $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ در این صورت چند کد با شش کاراکتر متمایز می توان نوشت که هر یک شامل دو رقم از A و چهار حرف از B باشد؟	۱/۵
۱۳	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟	۲
۱۴	قرار است ۳ راننده با ۳ نوع ماشین در ۳ مسیر متفاوت در ۳ روز اول هفته رانندگی کنند به گونه ای که هر راننده با هر نوع ماشین، هر مسیری را دقیقاً یکبار طی کرده باشد و نیز هر ماشین، هر یک از مسیرها را دقیقاً یک بار طی کند. برای این مسأله برنامه ریزی کنید.	۱/۵
۱۵	چند رمز ۴ رقمی با ارقام ۱ تا ۵ می توان نوشت به طوری که هر رمز، <u>حداقل</u> یک رقم ۳ و یک رقم ۲ را شامل باشد؟ (نیاز به محاسبه پاسخ نهایی نمی باشد)	۲
۱۶	(این سوال حذف و بارم آن طبق اصلاحیه راهنمای تصحیح در سوالات ۱۲-۱۳-۱۵ توزیع شده است)	
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

کتاب آورنده: فرزانه باستانی و محمدرضا عادل خانی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲	

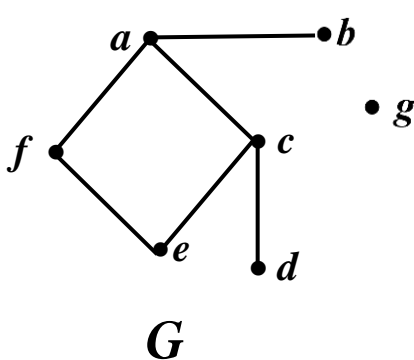
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (صفحه ۵) ب) درست (۰/۲۵) (صفحه ۱۷) ج) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۴۰) د) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۵۳)	۱
۲	الف) $p-1$ (۰/۵) (صفحه ۵۳) ب) ۴ (۰/۵) (صفحه ۶۳) ج) $\frac{5!}{2!} = 60$ (۰/۵) (صفحه ۷۸)	۱/۵
۳	همواره بدیهی است $(x-y)^2 + z^2 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy + z^2 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2$ (صفحه ۸) (۰/۲۵)	۰/۷۵
۴	$\begin{cases} a 2m+3 \\ a m+7 \end{cases} \xrightarrow{\times 2} \begin{cases} a 2m+3 \\ a 2m+14 \end{cases} \xrightarrow{(0/25)} a 11 \rightarrow a = 1, a = 11$ (صفحه ۱۱)	۱
۵	$\begin{cases} a = 5q_1 + 4 & (0/25) \xrightarrow{\times 4} 4a = 20q_1 + 16 & (0/25) \\ a = 4q_2 + 3 & (0/25) \xrightarrow{\times 5} 5a = 20q_2 + 15 & (0/25) \end{cases}$ $\xrightarrow{-} a = 20q' - 1 & (0/25) \rightarrow a = 20q'' + 19 & (0/25)$ (صفحه ۱۶)	۱/۵
۶	$15x \equiv 7 \pmod{19} \xrightarrow{19} 15x \equiv 45 \pmod{19} \xrightarrow{(15,19)=1} x \equiv 3 \pmod{19}$ $\rightarrow x = 19k + 3 \pmod{19} \xrightarrow{k=5} x = 98 \pmod{19}$ (صفحه ۲۸)	۱/۲۵
۷	$\begin{cases} q = \frac{kn}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 3}{2} = 12 & (0/25) \\ q = \frac{n(n-1)}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 7}{2} = 28 & (0/25) \end{cases} \rightarrow 28 - 12 = 16 \pmod{5}$ (صفحه ۴۰)	۱
۸	الف) $\{f\}$ (۰/۲۵) ب) $abdefa$ یا $abcdea$ (۰/۲۵) ج) ۴ (صفحه ۴۱) (۰/۲۵)	۰/۷۵
۹	الف) $\{c, e, h, f\}$ (۰/۵) ب) $\{c, g, i, e\}$ (۰/۵) ج) fh (صفحه ۴۷) (۰/۵) در قسمت الف و ب و ج به جواب های درست دیگر نمره تعلق بگیرد.	۱/۵
۱۰	الف)  (۰/۵) ب)  (۰/۵) در قسمت الف و ب برای شکل های درست دیگر نمره تعلق بگیرد. (صفحه ۵۳)	۱

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف																																																
۱/۷۵	الف) می دانیم $\left[\frac{n}{\Delta+1} \right] \leq \gamma(G)$ پس داریم $\left[\frac{8}{5+1} \right] \leq \gamma(G)$ در نتیجه $2 \leq \gamma(G)$ (۰/۲۵) از طرفی مجموعه ای مانند $\{e, c\}$ (هر کدام از مجموعه های $\{e, b\}$ یا $\{e, d\}$ اگر نوشته شد نیز مورد قبول است) یک مجموعه احاطه گر برای گراف (G) می باشد پس $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۵) بنابراین $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵) ب) ۳ (۰/۵) (فعالیت صفحه ۵۰)	۱۱																																																
۱/۵	به هر قسمت درست نیم نمره داده شود (صفحه ۷۱) $\binom{3}{2} \times \binom{6}{4} \times 6!$ (۱/۵)	۱۲																																																
۲	(صفحه ۷۱) $\begin{cases} x_f = 0 \xrightarrow{(-/25)} x_1 + x_r + x_p = 10 \xrightarrow{(-/25)} \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \end{pmatrix} (0/25) \\ x_f = 1 \xrightarrow{(-/25)} x_1 + x_r + x_p = 8 \xrightarrow{(-/25)} \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \end{pmatrix} (0/25) \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \end{pmatrix} = 66 + 45 = 111 (0/5)$	۱۳																																																
۱/۵	(صفحه ۷۲) <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> \Rightarrow <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> </table> \Rightarrow <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱۱</td><td>۲۳</td><td>۲۲</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۲۳</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲۲</td><td>۳۱</td><td>۱۳</td></tr> </table> (۰/۵) (۰/۵) (۰/۵) به مربع های لاتین متعامد صحیح دیگر نمره تعلق بگیرد.		a	b	c	شنبه	۱	۲	۳	یکشنبه	۳	۱	۲	دوشنبه	۲	۳	۱		a	b	c	شنبه	۱	۳	۲	یکشنبه	۳	۲	۱	دوشنبه	۲	۱	۳		a	b	c	شنبه	۱۱	۲۳	۲۲	یکشنبه	۲۳	۱۲	۲۱	دوشنبه	۲۲	۳۱	۱۳	۱۴
	a	b	c																																															
شنبه	۱	۲	۳																																															
یکشنبه	۳	۱	۲																																															
دوشنبه	۲	۳	۱																																															
	a	b	c																																															
شنبه	۱	۳	۲																																															
یکشنبه	۳	۲	۱																																															
دوشنبه	۲	۱	۳																																															
	a	b	c																																															
شنبه	۱۱	۲۳	۲۲																																															
یکشنبه	۲۳	۱۲	۲۱																																															
دوشنبه	۲۲	۳۱	۱۳																																															
۲	$ S = 5^4$ (۰/۲۵) $ A = 4^4$ (۰/۲۵) $ B = 4^4$ (۰/۲۵) $ A \cap B = 3^4$ (۰/۲۵) $ \bar{A} \cap \bar{B} = S - A \cup B $ (۰/۵) $ S - A \cup B = 5^4 - (4^4 + 4^4 - 3^4)$ (۰/۵)	۱۵																																																
	اصلاحیه: سوال ۱۶ حذف شده است.	۱۶																																																
۲۰	جمع نمره																																																	

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۹ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ برگ دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

۱	<p>درست یا نادرست بودن گزاره های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) حاصل ضرب هر عدد گویا، در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.</p> <p>ب) برای اعداد صحیح a، b و c که $a \neq 0$، اگر $a b + c$ آن گاه $a b$ یا $a c$.</p> <p>ج) معادله هم نهشتی $ax \equiv b^m$ دارای جواب است اگر و فقط اگر $(a, m) b$.</p> <p>د) اگر داشته باشیم $(a, b) = 1$ آن گاه می گوییم؛ a و b نسبت به هم اول اند.</p>	۱
۱/۲۵	<p>برای هر دو عدد حقیقی x و y، به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) نشان دهید:</p> $2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4$	۲
۱	<p>به روش برهان خلف نشان دهید؛ اگر a عدد صحیح فرد باشد و $a + 2 b$، آن گاه b نیز عددی فرد است.</p>	۳
۱/۲۵	<p>اگر عددی مانند k در \mathbb{Z} باشد به طوری که $7 2k + 1$، ثابت کنید:</p> $49 4k^2 - 10k - 6$	۴
۱	<p>باقی مانده تقسیم عدد $A = 63^{14} + 1$ را بر ۱۶ به دست آورید.</p>	۵
۱/۵	<p>معادله هم نهشتی $1402x \equiv 11^9$ را حل کنید.</p>	۶
۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) گرافی را که بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد، گراف می گوییم.</p> <p>ب) تعداد رئوس فرد هر گراف عددی است.</p> <p>ج) مینیمم درجه در گراف کامل از مرتبه p برابر است.</p> <p>د) گرافی را که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشد، گراف می گوییم.</p>	۷
۲/۵	<p>گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p>  <p>الف) مرتبه و اندازه آن را بنویسید.</p> <p>ب) مجموع درجات رئوس این گراف را به دست آورید.</p> <p>ج) مجموعه $N_G[c]$ را بنویسید.</p> <p>د) دوری به طول ۴ در این گراف بنویسید.</p> <p>ه) حاصل عبارت $q(\bar{G}) + \deg_{\bar{G}}(g)$ را به دست آورید.</p>	۸
	«ادامه سؤالات در صفحه دوم»	

کتاب آورنده: فرزانه باستانی و محمدرضا عادل خانی

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۹ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ برگ دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

۲/۵		<p>۹</p> <p>گراف زیر را در نظر بگیرید:</p> <p>الف) عدد احاطه‌گری گراف را با ذکر دلیل، به دست آورید.</p> <p>ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۸ عضوی بنویسید.</p> <p>ج) یک مجموعه احاطه‌گر غیر مینیمال ۴ عضوی بنویسید.</p>
۱	چهار برادر و سه خواهر می‌خواهند در یک ردیف کنار هم بایستند و عکس یادگاری بگیرند. اگر همواره خواهرها کنار هم و برادرها کنارهم قرار بگیرند، آن‌گاه این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟	۱۰
۰/۷۵	با ارقام ۱، ۲، ۳، ۱، ۲، ۲، ۱، ۱، ۱ و ۱ چند کد ۸ رقمی می‌توان نوشت؟	۱۱
۱/۵	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_2 = 4$ و $x_4 \geq 3$ باشد؟	۱۲
۱/۵	ابتدا شرط متعامد بودن دو مربع لاتین را نوشته و سپس دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ بنویسید.	۱۳
۱/۲۵	در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۵۰۰ ($1 \leq n \leq 500$) چند عدد وجود دارد که برهیچ یک از اعداد ۴ و ۵ بخش پذیر نباشند؟	۱۴
۱	یک نجار در هفته ۴ مدل مختلف صندلی در ۳ رنگ متفاوت می‌سازد. او در یک هفته حداقل چند صندلی بسازد تا مطمئن باشیم، لاقل ۳ صندلی هم رنگ و هم مدل ساخته است؟	۱۵
۲۰	جمع بارم « پیروز و سربلند باشید.»	

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (۵ ص) ب) نادرست (۰/۲۵) (۱۱ ص) ج) درست (۰/۲۵) (۲۵ ص) د) درست (۰/۲۵) (۱۳ ص)	۱
۲	$2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4 \Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 2xy + y^2}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{x^2 - 4x + 4}_{(۰/۲۵)} \geq 0 \quad (۸ ص)$ $\Leftrightarrow \underbrace{(x+y)^2}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{(x-2)^2}_{(۰/۲۵)} \geq 0$ <p>این رابطه همواره برقرار است (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۳	$b = 2k, b a + 2 \Rightarrow \underbrace{a + 2 = bq}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{a = 2t}_{(۰/۲۵)}$ <p>که با فرض سوال در تناقض است. (۰/۲۵) (۱۶ ص)</p>	۱
۴	$7 2k + 1 \Rightarrow \begin{cases} 49 4k^2 + 4k + 1 \\ 49 14k + 7 \end{cases} \Rightarrow 49 4k^2 - 10k - 6 \quad (۱۶ ص)$	۱/۲۵
۵	$63 \equiv -1 \pmod{16} \Rightarrow 63^{14} \equiv 1 \pmod{16} \Rightarrow A \equiv 2 \pmod{16} \Rightarrow r = 2 \quad (۲۱ ص)$	۱
۶	$(1 + 4 + 0 + 2)x \equiv 1 + 1 \pmod{9} \Rightarrow 7x \equiv 2 \pmod{9} \Rightarrow 7x \equiv -7 \pmod{9}$ $\Rightarrow x \equiv -1 \pmod{9} \Rightarrow x = 9k - 1 \quad \vee \quad x = 9k + 8$	۱/۵
۷	الف) همبند (۰/۲۵) (۳۹ ص) ب) زوج (۰/۲۵) (۴۰ ص) ج) $p - 1$ (۰/۲۵) (۴۲ ص) د) k -منتظم (۰/۲۵) (۳۵ ص)	۱

کتاب آورنده: فرزانه باستانی و محمدرضا عادل خانی

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۸	<p>(ص ۳۶) $N_G[c] = \{a, c, d, e\}$ (ج) (۰/۵)</p> <p>(ص ۳۹) $2q = 12$ (ب) (۰/۵)</p> <p>(ص ۳۵) $p = 7, q = 6$ (الف) (۰/۵)</p> <p>(ص ۳۸) $q(\bar{G}) + d_{\bar{G}}(g) = 15 + 6 = 21$ (د) (۰/۵)</p> <p>(ص ۳۸) $acefa$ (د) (۰/۵)</p> <p>توجه: در قسمت ۵ نوشتن دور از هر یک از رئوس دور نوشته شده و ختم به همان راس درست می باشد.</p>	۲/۵
۹	<p>(ص ۴۹) $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{p}{\Delta + 1} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq 3$ (*) (الف) (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی $A = \{a, e, f\}$ یک مجموعه احاطه گر است (۰/۵) بنا به رابطه (*): $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $B = \{a, d, g, h, i, j, k, l\}$ (۰/۵)</p> <p>به هر مجموعه احاطه گر هشت عضوی مینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۶)</p> <p>ج) $C = \{a, e, f, b\}$ (۰/۵)</p> <p>به هر مجموعه احاطه گر چهار عضوی غیر مینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۷)</p>	۲/۵
۱۰	(ص ۷۲) $3! \times 4! \times 2! = 288$ (۱)	۱
۱۱	(ص ۵۸) $\frac{8!}{4! \times 3! \times 1!}$ (۰/۷۵)	۰/۷۵
۱۲	(ص ۶۱) $x_1 + x_3 + x_5 = 8$ (۰/۲۵) <p>$x_5 - 3 = y_5 \Rightarrow x_1 + x_3 + y_5 = 5 \Rightarrow \binom{7}{2} = 21$ (۰/۲۵) (۰/۵)</p>	۱/۵

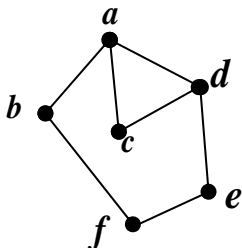
کود آواز نداده، فرزانه باستانی و محمدرضا عادل خانی

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																		
۱۳	<p>نوشتن شرط متعامد بودن (۰/۵)</p> <table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> <table style="display: inline-table;"> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> <p>هر کدام از مربع های لاتین (۰/۵) (ص ۶۴ و ۶۵)</p>	۲	۳	۱	۳	۱	۲	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۱/۵
۲	۳	۱																		
۳	۱	۲																		
۱	۲	۳																		
۳	۱	۲																		
۲	۳	۱																		
۱	۲	۳																		
۱۴	<p>(ص ۷۵)</p> $ A = \left[\frac{500}{5} \right] = 100, B = \left[\frac{500}{4} \right] = 125, A \cap B = \left[\frac{500}{20} \right] = 25$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $ \overline{A \cap B} = \overline{A \cup B} = 500 - (100 + 125 - 25) = 300$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵																		
۱۵	<p>(ص ۸۲)</p> $k + 1 = 3 \Rightarrow k = 2, n = 3 \times 4 = 12 \Rightarrow kn + 1 = 12 \times 2 + 1 = 25$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)</p>	۱																		
۲۰	جمع نمره																			

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۱۰ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۱۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

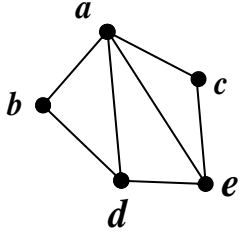
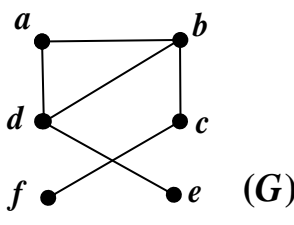
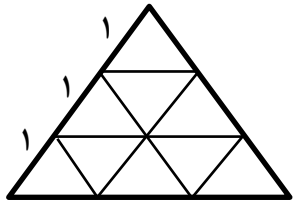
ردیف	سؤالات پاسخ برگ دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

۱/۲۵	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر k عددی صحیح باشد، باقی مانده تقسیم $300 - 19k$ بر ۱۹ برابر با است.</p> <p>ب) اگر a, b و c اعدادی طبیعی باشند که $a b$ و $b c$، در اینصورت حاصل عبارت $([a, b], [a, c])$ برابر است.</p> <p>پ) دو مربع لاتین 2×2 وجود و مربع لاتین 1×1 وجود دارد.</p> <p>ت) تعداد توابع یک به یک از مجموعه دو عضوی به مجموعه ۴ عضوی برابر می باشد.</p>	
۱/۵	<p>در هر یک از موارد زیر، گزاره درست را اثبات و گزاره نادرست را با ارائه مثال نقض، رد کنید.</p> <p>الف) با اضافه کردن یک واحد به حاصل ضرب دو عدد زوج متوالی، حاصل، مربع کامل است.</p> <p>ب) حاصل ضرب هر عدد گویا در عدد گنگ، همواره عددی گنگ است.</p>	
۰/۷۵	<p>در هر یک از سوالات زیر، گزینه مناسب را انتخاب کنید.</p> <p>الف) عدد $2 \cdot 14$ به کدام دسته هم‌نهشتی به پیمانه ۷ تعلق دارد؟ (۱) [۵] (۲) [۲] (۳) [۰] (۴) [۱]</p> <p>ب) باقی مانده تقسیم عدد $(9^{100} - 2^{100} - 7^{100})$ بر ۱۴ کدام است؟ (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۸</p> <p>پ) کدام یک از معادلات هم‌نهشتی زیر در مجموعه اعداد صحیح جواب ندارد؟ (۱) $6x \equiv 11 \pmod{9}$ (۲) $2x \equiv 3 \pmod{5}$ (۳) $5x \equiv 1 \pmod{7}$ (۴) $3x \equiv 1 \pmod{7}$</p>	
۱/۵	<p>ثابت کنید مجموع مربعات هر دو عدد حقیقی همواره از قرینه حاصل ضرب آنها کمتر نیست.</p>	
۱/۲۵	<p>اگر $a b$ و $a \neq 0$، در این صورت ثابت کنید: $a \leq b$.</p>	
۱/۵	<p>رقم یکان عدد $A = 100! + 99! + 98! + \dots + 2! + 1!$ را به دست آورید.</p>	
۱/۲۵	<p>الف) مجموعه همسایگی بسته یک رأس در گراف را تعریف کنید.</p> <p>ب) در گراف شکل زیر همسایگی باز رأس d را بنویسید.</p> 	

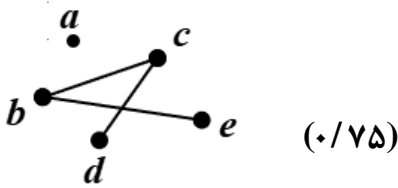
ادامه سوالات در صفحه دوم

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۱۰ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۱۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ برگ دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

۸	مکمل گراف G که در شکل زیر آمده است را رسم کنید.	۰/۷۵									
											
۹	آیا می توان گرافی ۳-منتظم از مرتبه ۹ رسم کرد؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید.	۱									
۱۰	در گراف P_10 چند مسیر به طول ۳ وجود دارد؟	۱									
۱۱	الف) با ذکر دلیل عدد احاطه گری گراف شکل زیر را تعیین کنید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال بنویسید که مینیمم نباشد. برای پاسخ خود دلیل ارائه دهید.	۲									
											
۱۲	مربع لاتینی بنویسید که با مربع لاتین زیر متعامد باشد و متعامد بودن آن را با ذکر دلیل بیان کنید.	۱/۲۵									
	<table border="1" data-bbox="263 1243 438 1411"> <tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> </table>	۱	۳	۲	۲	۱	۳	۳	۲	۱	
۱	۳	۲									
۲	۱	۳									
۳	۲	۱									
۱۳	نشان دهید تعداد جواب های صحیح و مثبت معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر با $\binom{n-1}{k-1}$ است.	۱/۲۵									
۱۴	با ارقام ۴، ۴، ۴، ۱، ۵، ۶، ۶، ۷ رقمی می توان نوشت؟	۰/۷۵									
۱۵	یک مثلث متساوی الاضلاع را به طول ضلع ۳ واحد تقسیم بندی کرده ایم. نشان دهید اگر ۱۰ نقطه دلخواه از داخل این مثلث اختیار کنیم حداقل دو نقطه بین این نقاط وجود خواهد داشت به قسمی که فاصله آنها از یکدیگر کمتر از یک باشد.	۱/۲۵									
											
۱۶	به چند طریق می توان با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، ۴ خودکار متفاوت را بین ۳ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداقل یک خودکار داده باشیم.	۱/۷۵									
۲۰	جمع نمره	"موفق باشید"									

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۱۹	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور دی سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			

۱	الف) ۴ (۰/۲۵) (مثال صفحه ۱۴) ب) ۱۲ (۰/۲۵) (ت) (کار در کلاس صفحه ۶۶) پ) دارد (۰/۲۵) - یک (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۶۶) (قسمت الف کار در کلاس صفحه ۱۳) (مثال صفحه ۷۹)
۲	الف) درست (۰/۲۵). $(2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2k(2k+2) + 1 = 4k^2 + 4k + 1$ (۰/۵) ب) نادرست (۰/۲۵) با در نظر گرفتن صفر به عنوان عدد گویا (۰/۲۵) و انتخاب هر عدد گنگی، حاصل ضرب صفر است که گویا می شود. (۰/۲۵) (مشابه قسمت ج کار در کلاس صفحه ۳) (مشابه مثال آخر صفحه ۵)
۳	الف) گزینه ۲ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۱ صفحه ۲۹) ب) گزینه ۱ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۸ صفحه ۲۹) پ) گزینه ۱ (۰/۲۵) (مشابه مثال سوم صفحه ۲۵)
۴	روش اول: $a^2 + b^2 \geq -ab$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow a^2 + b^2 + ab \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2ab \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow a^2 + b^2 + (a^2 + b^2 + 2ab) \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow a^2 + b^2 + (a+b)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) همواره برقرار روش دوم: $a^2 + b^2 \geq -ab$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow a^2 + \frac{b^2}{4} + ab + \frac{3b^2}{4} \geq 0$ (۰/۵) $\Leftrightarrow (a + \frac{b}{2})^2 + \frac{3b^2}{4} \geq 0$ (۰/۵) همواره برقرار (مثال ۳ صفحه ۷) (به سایر راه حل های درست نیز نمره تعلق گیرد.)
۵	ویژگی ۴ صفحه ۱۱) $a b \Rightarrow b = aq, q \in \mathbb{Z}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow b = a q $ (۰/۲۵) $q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \Rightarrow q \geq 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a q \geq a $ (۰/۲۵) $\Rightarrow b \geq a $ (۰/۲۵)
۶	مشابه سوال ۱۱ صفحه ۲۹) $A = 2! + 4! + 6! + \dots + 100!$ $\Rightarrow A = 2! + 4! + 10^k, k \in \mathbb{Z}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) مضرب ۲ و ۵ $\Rightarrow A \equiv 2 + 24 + 0 \pmod{5} \Rightarrow A \equiv 26 \equiv 1 \pmod{5}$
۷	الف) مجموعه رأس هایی از یک گراف که به یک رأس متصل هستند به همراه خود رأس را مجموعه همسایگی بسته آن رأس می نامیم. (۰/۵) ب) $N_G(d) = \{a, c, e\}$ (۰/۷۵) (تعریف و مثال صفحه ۳۶)
۸	مشابه مثال صفحه ۳۷)  (۰/۷۵)
۹	خبر. (۰/۲۵) در یک گراف r -منتظم داریم $\sum_{i=1}^p \deg(v_i) = 2q$ به عبارتی $rp = 2q$. در این سوال $r = 3, p = 9$ لذا $rp = 27$ عددی فرد و $2q$ عددی زوج است. (۰/۲۵) و این تناقض است. (۰/۲۵) (مشابه سوال ۸ صفحه ۴۲)

ادامه پاسخ ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۱۹	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور دی سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	<p>(تعریف مسیر و P_n صفحه ۳۸)</p> <p>۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰</p> <p>● ● ● ● ● ● ● ● ● ● (۰/۲۵)</p> <p>۷ مسیر (۰/۲۵) نوشتن مسیرها (۰/۵) ۷۸۹۱۰ - ۶۷۸۹ - ۵۶۷۸ - ۴۵۶۷ - ۳۴۵۶ - ۲۳۴۵ - ۱۲۳۴</p> <p>(در صورتی که دانش آموز فقط عدد ۷ را نوشت نیز (۱) نمره داده شود.)</p>	۱
۱۱	<p>الف) طبق قضیه داریم $\gamma(G) = 2 \leq \left\lfloor \frac{6}{3+1} \right\rfloor$ (۰/۲۵) از طرفی مجموعه $D = \{d, c\}$ یک مجموعه احاطه گر است. (مشابه مثال صفحه ۴۹)</p> <p>بنابراین $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵). لذا $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $D = \{a, f, e\}$ (۰/۲۵) دلیل آن که مجموعه احاطه گر مینیمال است: با حذف رأس a، رأس a احاطه نمی شود. (۰/۲۵) با حذف رأس f، رأس c احاطه نمی شود. (۰/۲۵) با حذف رأس e، خود رأس e احاطه نمی شود. (۰/۲۵)</p> <p>(توجه: به سایر احاطه گرهای مینیمال غیر مینیمم، با ذکر دلیل نمره داده شود.) (مشابه قسمت ۴ کاردرکلاس صفحه ۴۶)</p>	۲
۱۲	<p>(مشابه سوال ۱۵ صفحه ۷۲)</p> <p>در مربع لاتین دوم عدد دو رقمی تکراری نداریم. بنابراین مربع لاتین ارائه شده با مربع لاتین مورد سوال متعامد هستند. (۰/۵)</p> <p>توجه: به سایر مربع های لاتینی که شرایط مسأله را برقرار کنند، نمره داده شود.</p>	۱/۲۵
۱۳	<p>معادله جدید (۰/۷۵) $(x_1 - 1) + (x_2 - 1) + \dots + (x_k - 1) = n - k$</p> <p>لذا تعداد حالات جواب از رابطه $\binom{n-1}{k-1} = \binom{n-k+k-1}{k-1}$ به دست می آید. (۰/۵)</p> <p>(کار در کلاس صفحه ۶۱)</p>	۱/۲۵
۱۴	<p>(مشابه مثال صفحه ۵۸)</p> <p>$\frac{7!}{2! \times 3!}$ (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۵)</p>	۰/۷۵
۱۵	<p>(کار در کلاس صفحه ۸۰)</p> <p>۱۰ نقطه را کبوتر و هر یک از ۹ قسمت مثلث را لانه فرض می کنیم. (۰/۵) طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو کبوتر در یک لانه جای می گیرند. (۰/۲۵) یعنی حداقل دو نقطه در یک مثلث کوچک قرار خواهند گرفت به طوری که $AB < 1$ (۰/۵).</p>	۱/۲۵
۱۶	<p>(مثال صفحه ۷۷)</p> <p>$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, $B = \{b_1, b_2, b_3\}$, $A_j = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j, 1 \leq i \leq 4\}$, $1 \leq j \leq 3$ (۰/۲۵)</p> <p>$S = 3^4 = 81$ (۰/۲۵), $A_j = 2^4 = 16$ (۰/۲۵)</p> <p>$A_1 \cap A_2 = A_1 \cap A_3 = A_2 \cap A_3 = 1$ (۰/۲۵), $A_1 \cap A_2 \cap A_3 = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36$ (۰/۵)</p>	۱/۷۵

کتاب آورنده: فرزانه باستانی و محمدرضا عادل خانی